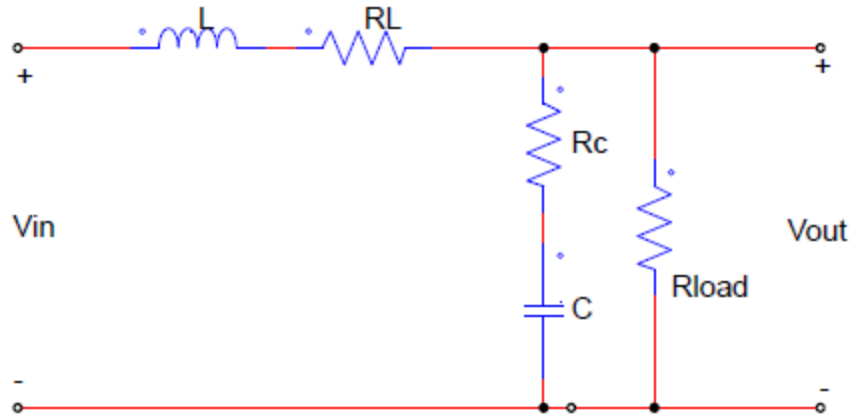


Buck变换器小信号传递函数以及Bode图

ID:Westbrook



Buck变换器小信号等效模型

输出输入关系:

$$v_{out}(s) = \frac{\frac{1}{R_{load} + \frac{1}{R_c + \frac{1}{s \cdot C}}}}{s \cdot L + R_L + \frac{1}{R_{load} + \frac{1}{R_c + \frac{1}{s \cdot C}}}} \cdot v_{in}(s)$$

LC二阶传递函数:

$$H_{LC}(s) = \frac{1 + s \cdot R_c \cdot C}{1 + \frac{L}{R_{load}} \cdot s + L \cdot C \cdot s^2}$$

写成标准形式:

$$H_{LC}(s) = \frac{1 + \frac{s}{\omega_z}}{1 + \frac{\omega_p \cdot L}{R_{load}} \cdot \left(\frac{s}{\omega_p}\right) + \left(\frac{s}{\omega_p}\right)^2} = \frac{1 + \frac{s}{\omega_z}}{1 + \frac{1}{Q} \cdot \left(\frac{s}{\omega_p}\right) + \left(\frac{s}{\omega_p}\right)^2}$$

其中：

$$\omega_z = \frac{1}{R_c \cdot C} \quad \omega_p = \sqrt{\frac{1}{L \cdot C}} \quad Q = \frac{R_{load}}{\omega_p \cdot L}$$

那么控制到输出的传递函数为：

$$G_{vd}(s) = V_{in} \cdot H_{LC}(s) = V_{in} \cdot \frac{1 + \frac{s}{\omega_z}}{1 + \frac{1}{Q} \cdot \left(\frac{s}{\omega_p} \right) + \left(\frac{s}{\omega_p} \right)^2}$$

$$V_{in} := 12 \quad R_c := 30 \cdot 10^{-3} \text{ ohm} \quad C_o := 220 \mu\text{F} \quad L1 := 33 \mu\text{H}$$

$$R_{load} := 5 \text{ ohm}$$

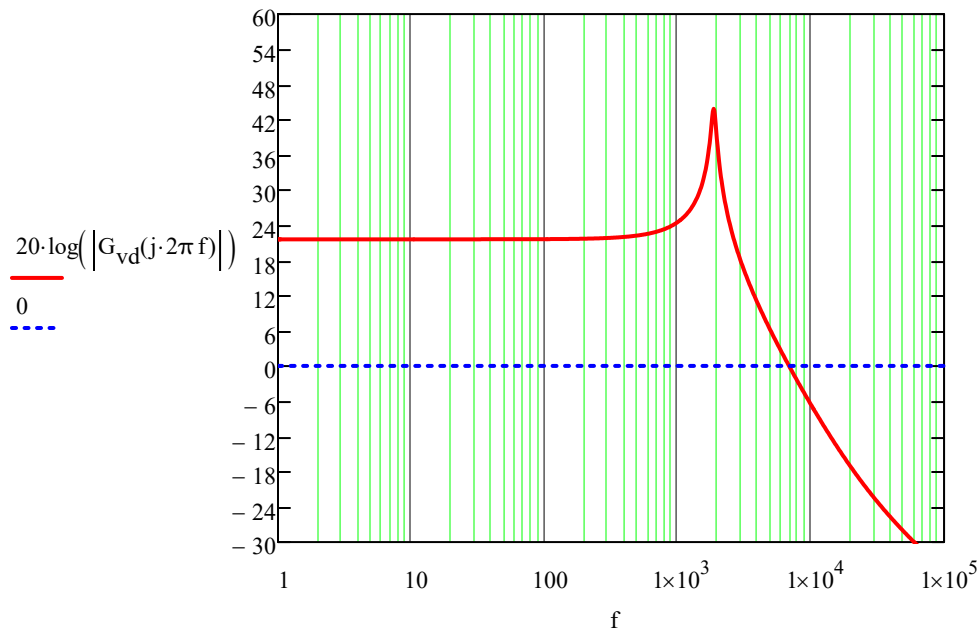
$$\omega_z := \frac{1}{R_c \cdot C_o} \quad \omega_p := \sqrt{\frac{1}{L1 \cdot C_o}} \quad j := \sqrt{-1}$$

$$Q(R_{load}) := \frac{R_{load}}{\omega_p \cdot L1}$$

$$\omega_z = 151.515 \cdot \text{kHz} \quad \omega_p = 11.736 \cdot \text{kHz}$$

控制到输出传递函数

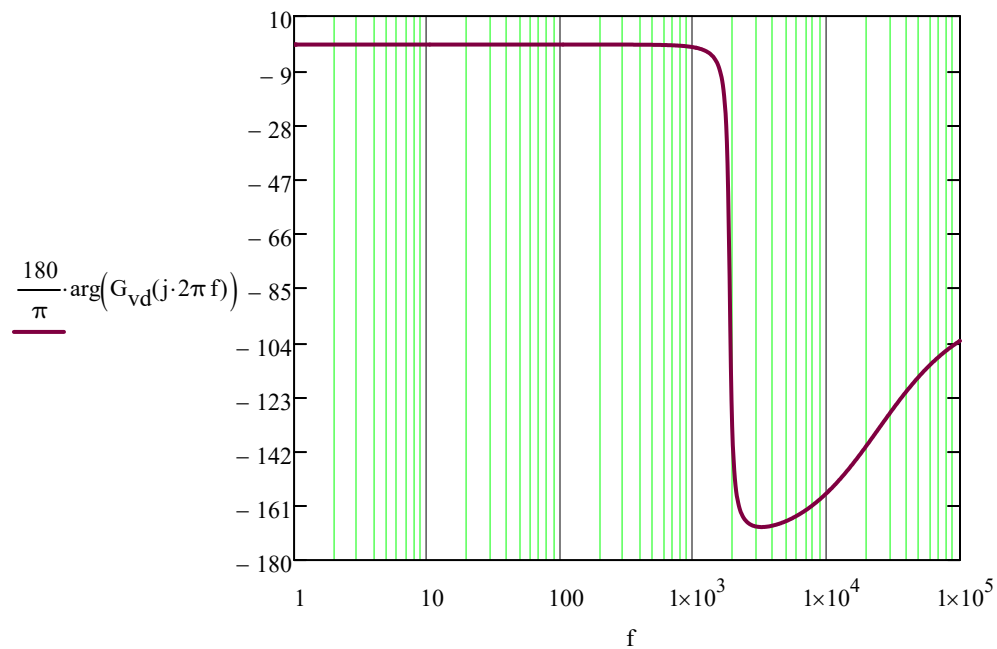
$$G_{vd}(s) := V_{in} \cdot \frac{1 + \frac{s}{\omega_z}}{1 + \frac{\omega_p \cdot L1}{R_{load}} \cdot \left(\frac{s}{\omega_p} \right) + \left(\frac{s}{\omega_p} \right)^2}$$



DC直流增益: $G_{\text{ain_DC}} := 20 \cdot \log(V_{\text{in}}) = 21.584$ DC直流增益太低

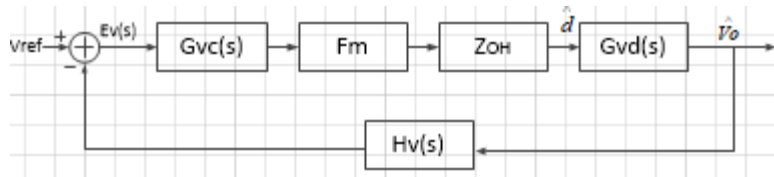
猜测穿越频率: $f_c := 5\text{kHz}$

实际穿越频率: $\text{root}(20 \log(|G_{\text{vd}}(j \cdot 2 \cdot \pi \cdot f_c)|), f_c, 1\text{kHz}, 10\text{kHz}) = 6.856 \times 10^3 \cdot \text{Hz}$



相位余量: $\frac{180}{\pi} \cdot \arg(G_{\text{vd}}(j \cdot 2 \cdot \pi \cdot 8.81 \cdot 10^3 \cdot \text{Hz})) + 180 = 21.055$

电压控制框图



PWM时钟频率: $f_{dsp} := 500\text{MHz}$ 未使能高精度

开关频率: $f_{sw} := 350\text{kHz}$

采样独立边沿PWM模式，如果是中心对称模式，那么频率为2倍

$$F_m := \frac{f_{sw}}{f_{dsp}} = 7 \times 10^{-4}$$

零阶保持器的影响

电压采样频率 $f_{\text{samp}_v} := f_{sw}$ $T_{\text{samp}_v} := \frac{1}{f_{\text{samp}_v}} = 2.857 \cdot \mu\text{s}$

计算频率 $f_{\text{cal}_v} := f_{sw}$ $T_{\text{cal}_v} := \frac{1}{f_{\text{cal}_v}} = 2.857 \cdot \mu\text{s}$

$f_{\text{zon}_v} := 350\text{kHz}$ $T_{\text{zoh}_v} := \frac{1}{f_{\text{zon}_v}}$ $T_{\text{zoh}_v} = 2.857 \times 10^{-6} \text{s}$

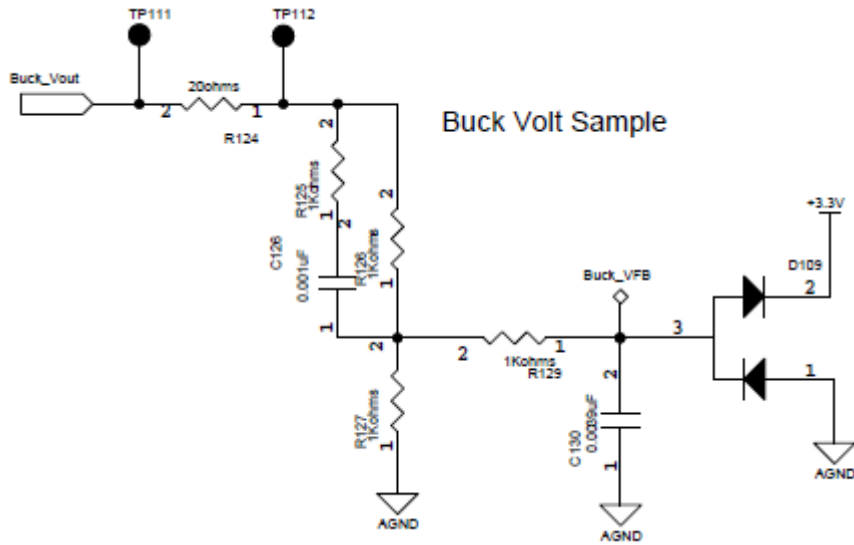
零阶保持器传递函数:

$$H_{\text{zoh}}(s) := e^{-\frac{s}{2 \cdot f_{\text{cal}_v}}}$$

ADC传递函数:

$$H_{\text{adv}} := \frac{4096}{3.3}$$

输出电压采样



$$R126 := 6.8k\Omega \quad R127 := 1k\Omega \quad R129 := 0.001\Omega \quad C130 := 0.0022\mu F$$

$$Z_{\text{buckv1}}(s) := R129 + \frac{1}{s \cdot C130} \quad f_{\text{zv1}} := \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot R129 \cdot C130} = 7.234 \times 10^7 \cdot \text{kHz}$$

$$Z_{\text{buckv2}}(s) := \frac{Z_{\text{buckv1}}(s) \cdot R127}{Z_{\text{buckv1}}(s) + R127}$$

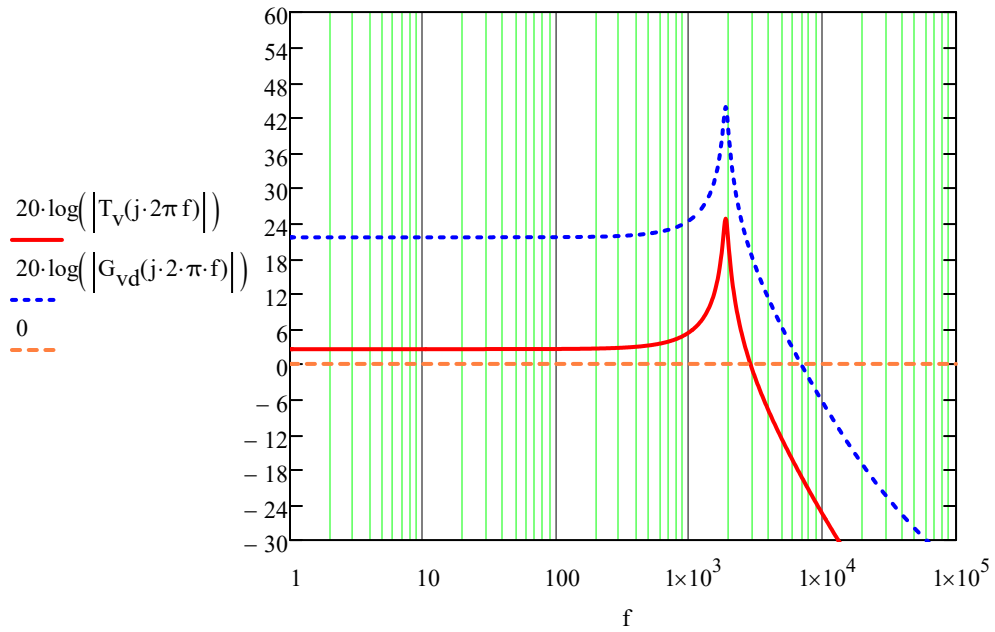
电压采样的传递函数

$$H_V(s) := \frac{Z_{\text{buckv2}}(s)}{R126 + Z_{\text{buckv2}}(s)} \cdot \frac{1}{s \cdot C130}$$

所以总的开环传递函数（除补偿器） $T(s)$

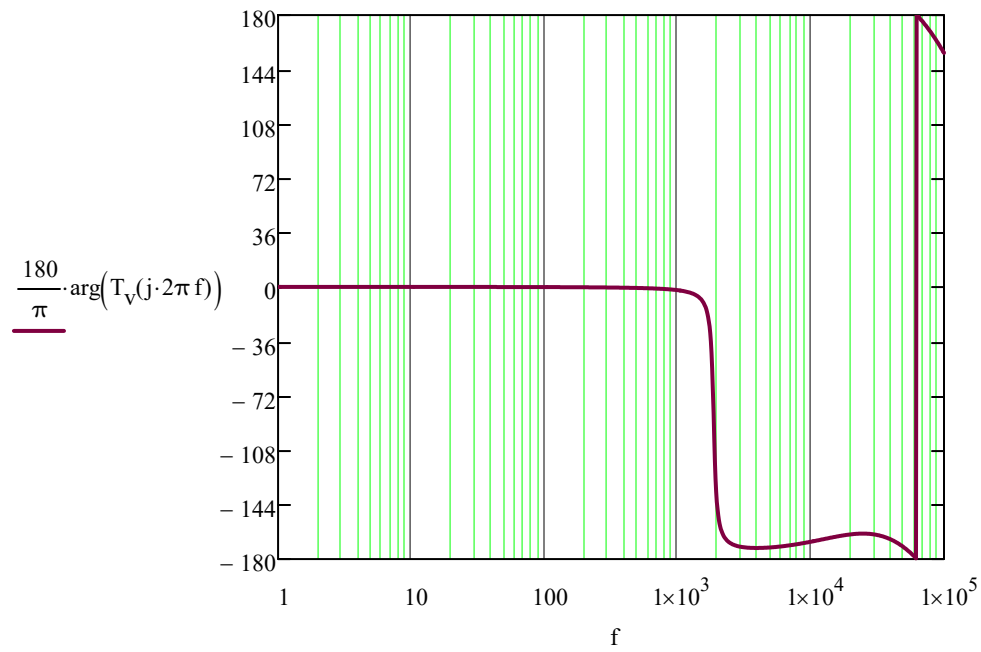
$$T_V(s) := G_{\text{vd}}(s) \cdot H_{\text{zoh}}(s) \cdot H_V(s) \cdot F_m \cdot H_{\text{adv}}$$

所以 $T_V(s)$ 的Bode图为：



$$\text{root}(20 \cdot \log(|T_v(j \cdot 2 \cdot \pi \cdot f_c)|), f_c) = 2.857 \times 10^3 \cdot \text{Hz}$$

穿越频率降低了，低频增益降低了



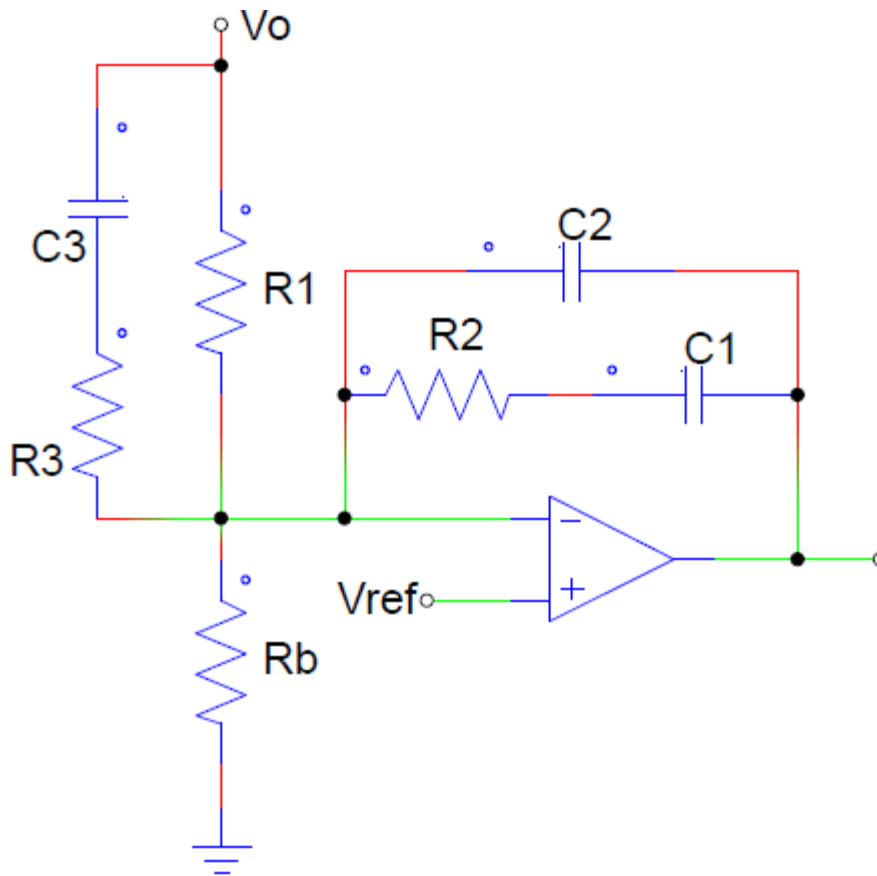
相位余量：
$$\frac{180}{\pi} \cdot \arg(T_v(j \cdot 2 \cdot \pi \cdot 2.94 \cdot 10^3 \cdot \text{Hz})) + 180 = 8.128$$

可以看到，相位余量为24.953

设计补偿器

设计补偿器的宗旨是保证幅值和相位余量，使电源在整个工作范围内能稳定工作，除稳定工作之外，还有动态响应，所以在设计补偿器的时候，尽量使开环增益高（降低静态误差）、带宽高（响应快），留足够的增益余量和相位余量。

所以，基于上述思想，需要在零频率处提供一个极点来提高静态增益，在LC双极点地方放置两个零点来抵消两个极点，使增益曲线以-1的斜率穿越0dB，在ESR零点处放置一个极点，最后在高频处放置一个极点，以提高高频噪声的抑制能力。这样，就需要一个type 3型补偿器



该补偿网络提供了两个极点 p_1 和 p_2 （除了零极点 p_0 以外）和两个零点 z_1 和 z_2 。注意，有几个元件在决定极点和零点位置时起到双重作用。所以，计算过程变得相当繁琐，而且也是迭代的。但可以有效简化假设条件，令 C_1 远大于 C_2 。

LC双重极点位于 $f_{LC} := \frac{1}{2\pi\sqrt{L1 \cdot C_0}} = 1.868 \cdot \text{kHz}$

假设穿越频率设置在10kHz $f_{\text{coss}} := 10\text{kHz}$

Tv(s)在10kHz的增益为

$20 \log(T_v(|j \cdot 2\pi \cdot 10\text{kHz}|)) = -25.799$ 即在10kHz处需要增加21.329dB

$G := 10^{\frac{26.809}{20}} = 21.9$ G表示在所选穿越频率处所需增加的增益大小

两个零点放置在LC谐振频率点:

$f_{z1} := 1.686\text{kHz}$ $f_{z2} := 1.686\text{kHz}$

电容ESR形成的零点 $f_{\text{ESR}} := \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot R_c \cdot C_0} = 24.114 \cdot \text{kHz}$

高频放置一个极点 $f_{p2} := 100\text{kHz}$

假设需要提高的相位为 $\text{boost} := \frac{3\pi}{4}$ 因为在零频率处有一个极点，滞后了90度，所以需要提升135度

$$f_{p1} := \frac{f_{\text{coss}}}{\tan\left(2 \operatorname{atan}\left(\frac{f_{\text{coss}}}{f_{z1}}\right) - \text{boost} - \operatorname{atan}\left(\frac{f_{\text{coss}}}{f_{p2}}\right)\right)}$$

$f_{p1} = 27.254 \cdot \text{kHz}$

设定反馈分压电阻为R1=Rb=6.8kohm $R1 := 6.8\text{k}\Omega$

$$R2 := \frac{G \cdot R1 \cdot f_{p1}}{f_{p1} - f_{z1}} \cdot \frac{\sqrt{1 + \left(\frac{f_{\text{coss}}}{f_{p1}}\right)^2} \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{f_{\text{coss}}}{f_{p2}}\right)^2}}{\sqrt{1 + \left(\frac{f_{z1}}{f_{\text{coss}}}\right)^2} \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{f_{\text{coss}}}{f_{z2}}\right)^2}} = 27.859 \cdot \text{k}\Omega$$

运算放大器构成的积分器的截止频率

$$f_{p0} := G \cdot f_{z1} \cdot \frac{\sqrt{1 + \left(\frac{f_{\text{coss}}}{f_{p1}}\right)^2} \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{f_{\text{coss}}}{f_{p2}}\right)^2}}{\sqrt{1 + \left(\frac{f_{z1}}{f_c}\right)^2} \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{f_{\text{coss}}}{f_{z2}}\right)^2}}$$

$$f_{p0} = 6.227 \cdot \text{kHz}$$

$$C1 := \frac{1}{2\pi \cdot R1 \cdot f_{p0}} = 3.759 \cdot \text{nF}$$

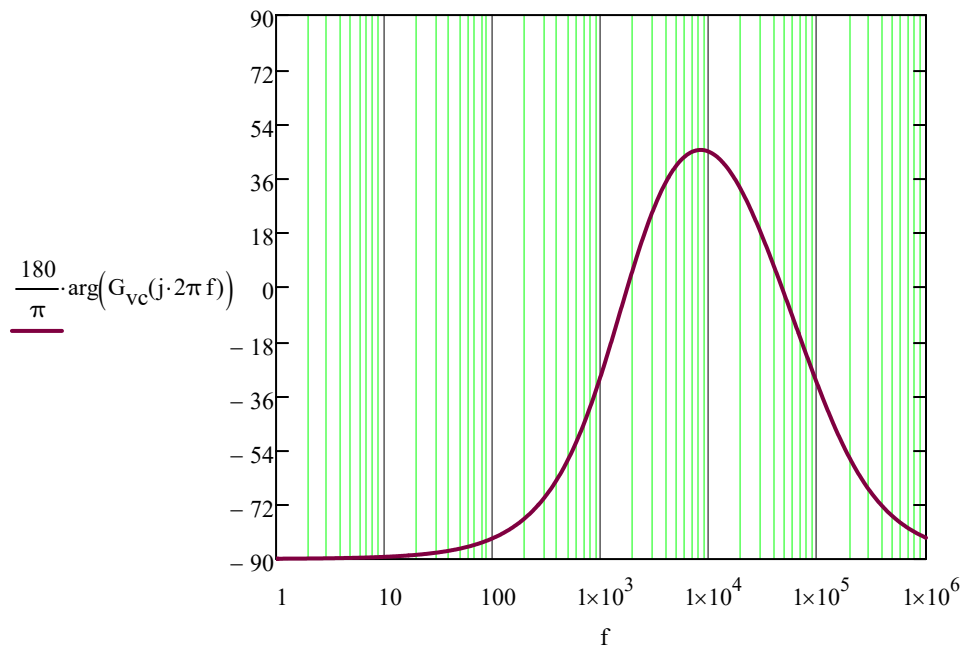
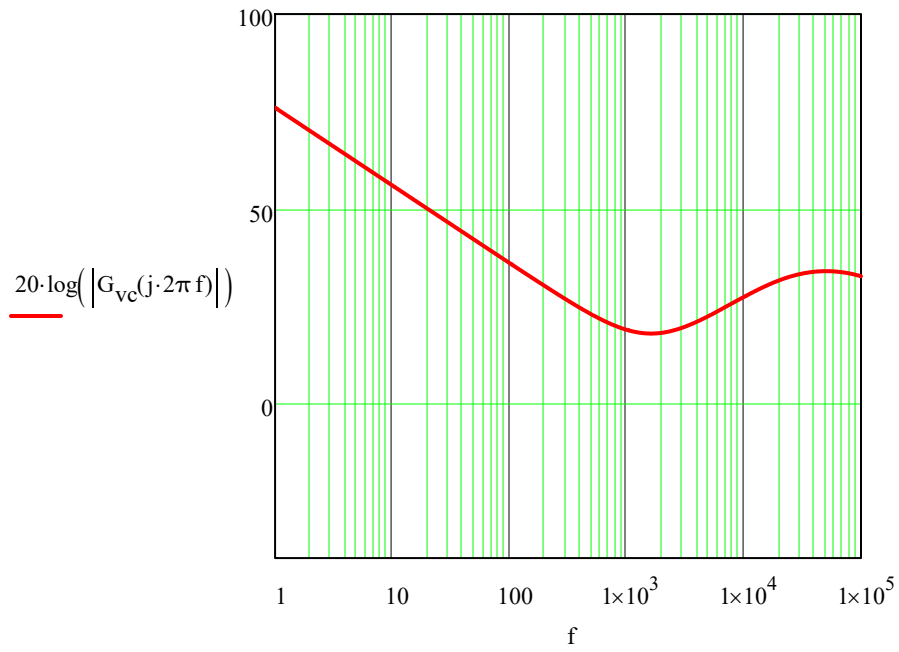
$$C2 := \frac{C1}{2\pi \cdot f_{p1} \cdot C1 \cdot R2 - 1} = 0.222 \cdot \text{nF}$$

$$C3 := \frac{f_{p2} - f_{z2}}{2\pi \cdot R1 \cdot f_{p2} \cdot f_{z2}} = 13.648 \cdot \text{nF}$$

$$R3 := \frac{R1 \cdot f_{z2}}{f_{p2} - f_{z2}} = 116.614 \Omega$$

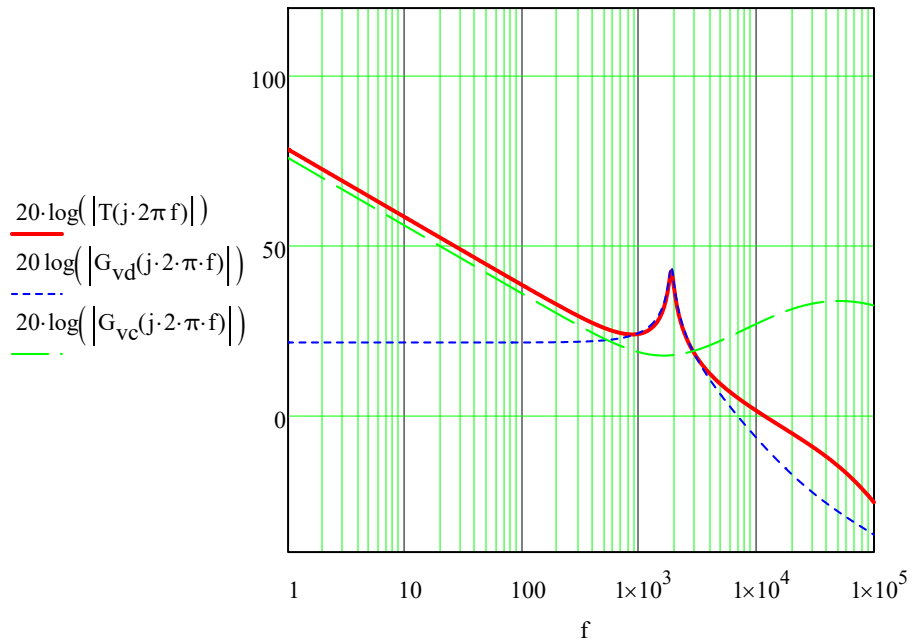
Type 3型的传递函数为:

$$G_{vc}(s) := \frac{(1 + s \cdot R2 \cdot C1) \cdot (1 + s \cdot R1 \cdot C3)}{s \cdot R1 \cdot C1 \cdot (1 + s \cdot R2 \cdot C2) \cdot (1 + s \cdot R3 \cdot C3)}$$



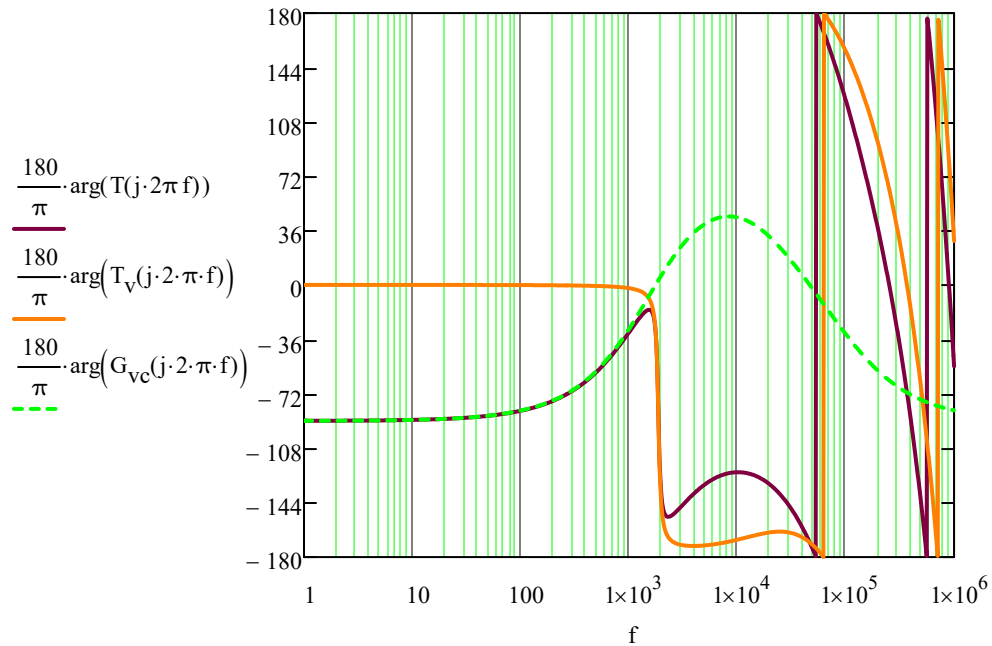
整个开环传递函数为:

$$\underline{\underline{T(s)}} := G_{vc}(s) \cdot G_{vd}(s) \cdot H_{zoh}(s) \cdot H_v(s) \cdot F_m \cdot H_{adv}$$



$$\text{root}(20 \cdot \log(|T(j \cdot 2 \cdot \pi \cdot f_{\text{coss}})|), f_{\text{coss}}) = 11.604 \cdot \text{kHz}$$

带宽设计是10kHz，计算出来11.277kHz，比较吻合



相位余量：
$$\frac{180}{\pi} \cdot \arg(T(j \cdot 2 \cdot \pi \cdot 11.277 \cdot 10^3 \cdot \text{Hz})) + 180 = 55.859$$

相位余量设计是提升45°，提升后是53.753，比较吻合