

出版说明

根据国务院关于高等学校教材工作分工的规定，我部承担了全国高等学校、中等专业学校工科电子类专业教材的编审、出版的组织工作。由于各有关院校及参与编审工作的广大教师共同努力，有关出版社的紧密配合，从1978年至1985年，已编审、出版了两轮教材，正在陆续供给高等学校和中等专业学校教学使用。

为了使工科电子类专业教材能更好地适应“三个面向”的需要，贯彻“努力提高教材质量，逐步实现教材多样化，增加不同品种、不同层次、不同学术观点、不同风格、不同改革试验的教材”的精神，我部所属电子类专业方面的七个高等学校教材编审委员会和两个中等专业学校教材编审委员会，在总结前两轮教材工作的基础上，结合教育形势的发展和教学改革的需要，制订了1986~1990年的“七五”（第三轮）教材编审出版规划。列入规划的教材、实验教材、教学参考书等近400种选题。这批教材的评选推荐和编写工作由各编委会直接组织进行。

这批教材的书稿，是从通过教学实践、师生反映较好的讲义中经院校推荐，由编审委员会（小组）评选择优产生出来的。广大编审者、各编审委员会和有关出版社为保证教材的出版和提高教材的质量，作出了不懈的努力。

限于水平和经验，这批教材的编审、出版工作还会有缺点和不足之处，希望使用教材的单位，广大教师和同学积极提出批评建议，共同为不断提高工科电子类专业教材的质量而努力。

机械电子工业部电子类专业教材办公室

前 言

本教材系按机械电子工业部的工科电子类专业教材1986—1990年编审出版规划，由高等学校电子类无线电教材编审委员会电路及系统编审小组征稿，并评选择优推荐出版，责任编辑为东南大学沈永朝。

本教材由杭州电子工业学院赵国南、郭裕顺一同编著，南京邮电学院郭祥法担任主审。

本课程的参考学时数为20~30学时，其主要内容包括：在为数很少的可及端口测试条件下，借助于计算机对模拟电路进行故障诊断的原理和方法。这些方法是故障字典法、元件参数解法、故障预猜验证法以及逼近法（或然法）等。最后一章对前述的各种诊断方法进行了比较，指出其各自的适用场合和优劣，同时对模拟-数字混合电路的故障诊断进行了探讨，并对新技术在故障诊断中的应用进行了展望。

模拟电路的故障诊断方法具有很大的实用价值。在实际工作中，故障是不可避免的，但如何尽早地发现故障并及时排除故障却是摆在工程技术人员面前且时时困扰他们的难题。本书作者针对上述问题，通过多年的潜心研究和反复实践，分析了大量国内外有关“诊断”的理论及最新成果，编写成了此书。本书的出版，希望能对我国的“故障诊断”理论的研究起到推动作用，对我国的生产实际起到指导作用。

由于作者水平有限，书中难免还存在一些缺点和疏误，殷切希望广大读者批评指正。

赵国南

1989年10月

目 录

第一章 引论	(1)
§1.1 模拟电路故障诊断概述.....	(1)
§1.2 故障诊断是网络理论的一个重要分支.....	(3)
§1.3 模拟电路故障诊断方法的分类.....	(5)
第二章 故障字典法	(10)
§2.1 直流域中字典的建立.....	(11)
§2.2 频域中字典的建立.....	(21)
§2.3 时域中字典的建立.....	(29)
§2.4 故障的识别与分辨.....	(34)
§2.5 故障拟似方法.....	(37)
习题.....	(49)
第三章 元件参数解法	(51)
§3.1 元件参数解法的故障诊断方程概述.....	(51)
§3.2 通过网络函数建立故障诊断方程.....	(56)
§3.3 求解电阻网络元件参数的一个算法.....	(66)
§3.4 引入辅助未知量的元件参数解法.....	(70)
§3.5 网络等效变换法.....	(79)
§3.6 获得线性诊断方程的条件.....	(85)
§3.7 非线性电路的元件参数解法.....	(89)
习题.....	(97)
第四章 故障的预猜验证法	(99)

§4.1	符号网络函数法	(101)
§4.2	节点故障诊断法	(105)
§4.3	支路故障诊断法	(112)
§4.4	故障元件的可诊断性	(116)
§4.5	故障划界诊断法	(123)
§4.6	网络分解诊断法	(128)
§4.7	容差问题	(134)
	习题	(141)
第五章	逼近法	(143)
§5.1	逆概率法	(143)
§5.2	最小二乘方优化法	(146)
§5.3	线性优化法	(148)
	习题	(151)
第六章	模拟电路故障诊断的现状与发展趋势	(152)
§6.1	各种诊断方法的比较	(152)
§6.2	可测性量度及可测性判据	(158)
§6.3	模拟-数字混合电路的故障诊断——模拟 电路故障诊断的一种延拓	(160)
§6.4	结论及展望	(171)
	参考文献	(173)

第一章 引 论

§1.1 模拟电路故障诊断概述〔1〕~〔5〕

众所周知，故障诊断历来是一个十分重要的课题。在电子系统中，尤其是在以集成电路为核心的现代微电子系统中，由于系统的规模越来越庞大，性能和构造也更加完善、复杂，系统中任何一个元器件的故障都有可能对整个系统的失灵。特别是对于某些安全保卫装备、宇航及星际电子设备，在十分特殊的环境下必须保证系统正常工作。因此，在设计、生产、运用这些系统的各个过程中，都必须周密研究系统的各部分的可测性和可诊断性，以便及时修理维护。修理和维护的前提便是故障诊断。

故障诊断是一项十分复杂困难的工作。虽然电子系统的故障诊断问题几乎与电子技术本身同步发展，可是诊断的发展速度似乎要缓慢得多。在早期的诊断技术中，电子系统的故障诊断基本上还是沿用传统方式，即依靠一些测试仪表，按照跟踪信号逐点寻迹的思路，借助人们的逻辑判断来侦查系统中的故障所在。这种诊断技术在很大程度上与维修人员的实践经验与专业水平密切相关，而且也没有一套可遵循的、科学的、成熟的办法。

现代微电子系统内部存在着**不可及性**(inaccessibility)。对于这样的系统，诊断可凭藉的就是为数很少的可及端口，

所以，我们只能从该系统的外部特性来侦查其内部故障，也就是依赖端口测试进行诊断。这种诊断，存在着可测性问题，集成电路的诊断就是一个典型的例子。

事实上，即使系统内部的各处都是可及的，要对规模庞大的现代系统逐点进行测试以诊断故障，也是相当费时的，而且极易出错。

随着微电子工业的发展，人们逐渐认识到，对故障诊断问题有必要重新研究，必须把以往的经验提升到理论的高度，同时在坚实的理论基础上，系统地发展和完备一整套严密的近代故障诊断方法，并结合先进的计算机数据处理技术，实现故障诊断的自动检测、定位、定值以及预报〔6~7〕。

自50年代末、60年代初以来，人们对故障诊断的自动化问题进行了一系列的探索。目前，数字电路的故障诊断已经取得了比较满意的结果，出现了大量有效的诊断及测试生成算法，并已有了一些商品程序可供实际使用。然而，模拟电路故障诊断的发展并不理想，尽管它起步较早，但直至70年代末才在理论上取得了一些可喜的成果，可是距实际应用尚有不小距离。造成这种现象的原因大致有以下几个方面：

1. 模拟电路的故障现象往往十分复杂，任何一个元件的参数变值超过其容差时就属故障，因此模拟电路的故障状态是无限的，故障特性是连续的。而在数字电路中，一个门的状态一般只有两种可能，即1或0，所以，故障特性是离散的，整个系统的故障状态是有限的，便于处理。

2. 模拟电路的输入-输出关系比较复杂，即使是线性电路，其输出响应与各个元件参量之间的关系也往往是非线性的，更何况许多实际电路中还存在着非线性元件。而在数字电路中，只需用一幅真值表或状态转换图就足以清楚地描

述它的输入-输出特性。

3. 虽然模拟电路中非故障元件的参数标称值（设计值）是已知的，但一个具体电路的实际值会在其标称值上下作随机性的变动，一般并不正好等于其标称值。另外，模拟电路中特有的一些复杂因素，诸如元件非线性的表征误差、测试误差等等，也会给诊断带来很大困难。所有这些原因，均使得模拟电路的故障诊断比数字电路的故障诊断困难得多。

目前的电子设备中，模拟电路仍占相当比重，而且模拟电路的故障问题较多又特别复杂，但不断发展的计算机辅助测试技术为此问题的解决提供了客观可能。现有的自动测试设备（ATE）可以在微机控制下十分迅速地对待诊断电路进行各种测试，使我们能方便地获得诊断所需的大量精确数据。同时，近代网络理论也为故障诊断准备了深厚的理论基础，故障诊断也已成为网络理论的一个重要分支。

§1.2 故障诊断是网络理论的一个重要分支^{[8]~[10]}

以往人们都认为网络理论具有两大分支，即网络分析和网络综合（或网络合成），分别示于图1.2.1中的前两栏。

在**网络分析**中，已知量是激励信号及网络本身，包括网络的拓扑及其元件的性质和数值，求解的未知量是响应。求解方法可以是解析的，也可以是数值的。而其解通常应该是唯一的。应用计算机求解时，常简写为**CAA**。

在**网络综合**中，已知量是激励信号和响应结果，求解的未知量是网络本身，包括网络拓扑及其元件。求解方法通常采用逼近理论或优化设计。而其解通常不唯一，一般也不要

求唯一。应用计算机求解时，常简写为**CAD**。

随着网络理论不断发展，人们已开始认识到**网络诊断**是继网络分析和网络综合而后发展起来的网络理论的第三大分支。这是因为在网络诊断中，已知量除了通常的激励信号和部分输出响应外，还增加了网络拓扑及其各元件的性质，甚至还有部分元件的参量值，待求的未知量是其余一些元件的参量值及其位置。求解方法一般依赖于计算机辅助测试**CAT**，并要求其解是唯一的。“要求解唯一”这一条件是很不容易能满足的，但却是实际中必要的〔5〕。网络理论的三大分支如图 1.2.1 中表格所列。由图可见，在网络理论的

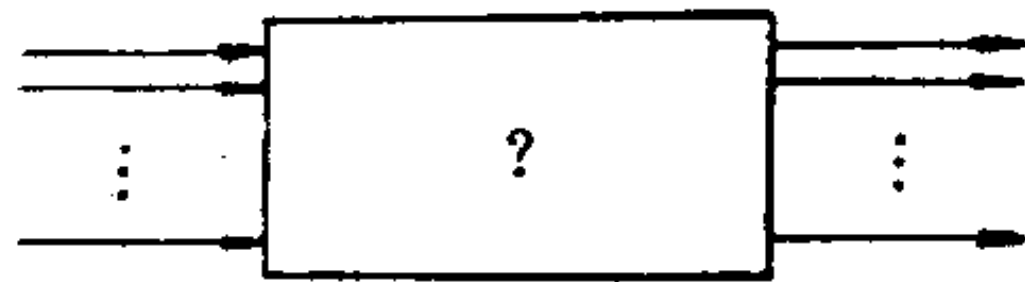
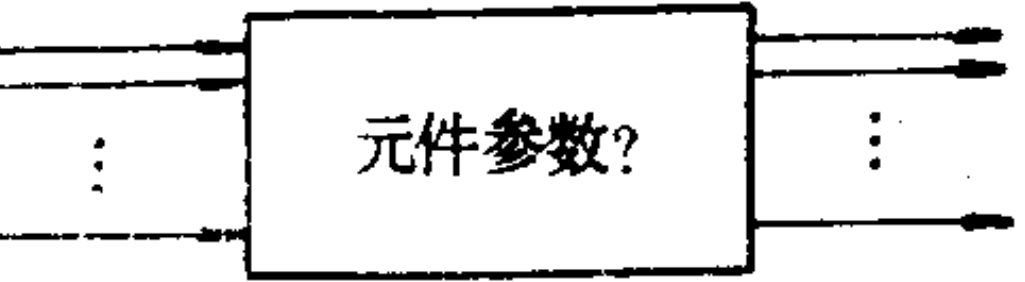
特征 分支	已知量	待求量	象 征 图	求解方法	解的唯一性
网络分析	激励和网络	响应		解析法 数值法	通常唯一
网络综合	激励和响应	网络		逼近理论 计算机设计	不要求唯一
网络诊断	激励、部分响应、网络结构	未知元件的位置、参数		机助求解	要求唯一

图 1.2.1

各分支中，激励信号一般总是作为已知量的。在网络诊断中，激励信号原则上可以由人们任意选择，因此，不论是模拟电路还是数字电路，为了获得网络诊断的最佳效果，必须在作为已知量的激励信号中赋予必要的信息。对于数字电路的故障诊断，就有各种各样的测试生成，以便它产生的各种

脉冲列能充分识别故障，正确诊断。对于模拟电路的故障诊断来说，激励信号当然不仅限于直流信号，可以是不同频率的正弦信号（频域信号），也可以是具有不同幅度、波形的其它信号（时域信号）。

除了在已知的激励信号上我们可以赋予其必要的信息外，在其它已知量，如网络结构、部分输出响应及元件上，只能根据它们原有的实际情况，尽可能精确地提取它们客观存在的信息，而不可能也不允许任意赋予其信息。因此，还应该根据待诊断网络中原有的实际情况，研究激励信号具有什么样的特征，才能获得最佳的诊断效果〔4〕。

§1.3 模拟电路故障诊断方法的分类〔11〕~〔12〕

查明电路是否存在故障称作**故障检测**(fault detection)。发现故障后确定引起故障的原因及明确当前故障的状态称作**故障诊断** (fault diagnosis)。更确切地说，电路的故障诊断就是在电路所允许的条件下进行各种必要的测试，以决定引起电路性能不正常的故障元件的位置及该故障元件的参数值，前者简称**故障定位** (fault location)，后者简称**故障定值** (fault evaluation)。前后两者统称**故障辨识** (fault identification)。

故障诊断可分为**在线诊断** (on-line diagnosis) 及**离线诊断** (off-line diagnosis) 两个阶段。所谓在线诊断，是指不中断生产线或测试线上运行条件的诊断，其余便称离线诊断。相应地，我们也把诊断过程中的计算分为在线计算及离线计算两部分。

对于模拟电路，有许多种诊断方法。对于这些诊断方

法，可从不同的角度进行分类，具体可归纳为以下几种分类方法：从**诊断**是否仅仅限于故障检测、或进一步要求故障的定位或定值来分类；根据待诊断电路的复杂性（例如线性或非线性）来分类；根据诊断过程中能否充分保证测试条件来分类。目前文献中介绍的诊断方法大都是采用对被诊断电路进行现场测试之先于(或后于)电路拟似*(Circuit Simulation)的方法来分类。此法故分为下列两类：

测前拟似法 (simulation before test approach)

测后拟似法 (simulation after test approach)

这两类诊断法又可分为许多具体方法，如图1.3.1所示〔8〕。

由图可见，测前拟似法中的主要方法是**故障字典法**。故障字典法在数字电路的故障诊断中是较为常用的一种方法。该方法的思路是预先拟似（这里的拟似，既可以是理论的，也可以是实验的，甚至是经验的。）出种种常见故障状态下的网络端口征兆，然后将这些端口征兆经过某种处理后编纂成一部字典，称作故障字典。诊断时就根据待诊断电路的现场测试结果，在字典中检索出相应的故障类型，因此，这种方法本质上是一种经验性的诊断方法。由于模拟电路中的故障现象十分复杂，需要考虑的因素很多（包括故障值的连续性和容差等问题），因此，用字典法诊断模拟电路的故障不如诊断数字电路有效。但它毕竟是在模拟电路故障诊断领域早期就已发展起来的一种主要方法，也确实能够解决不少实际问题，特别是那些对输入-输出特性难于深入进行解析分析的系统问题。人们对它做了大量改进工作，这将在第二章中介绍。

测后拟似法中的两类主要方法是：**元件参数解法和故障**

* (simulation) 也译作模拟或仿真，为避免混淆起见，本书用拟似。

模拟电路故障诊断方法的分类

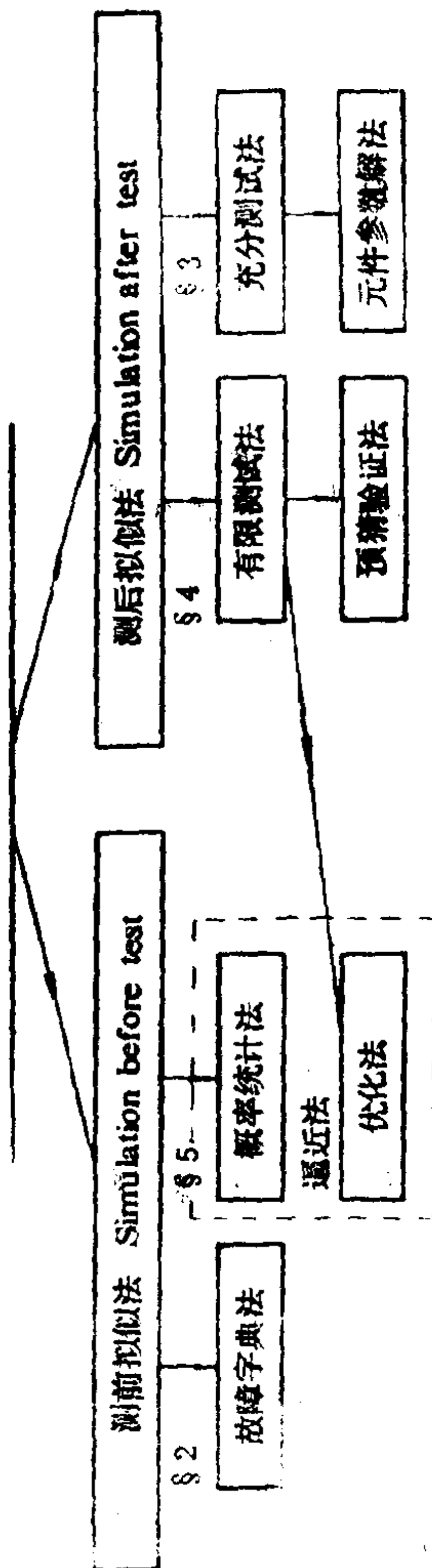


图 1.3.1

预猜验证法。其中元件参数解法是通过解析分析，直接从网络响应与元件参数值之间的关系中求解出元件的实际参数值，因此在测试条件充分的情况下，有可能不牵涉容差问题。但是，正因为它是通过解析分析直接从网络响应与元件参数值之间的关系中求解出元件的实际参数值，所以它只适用于故障元件的位置已明确的场合。在元件参数解法中，待诊断电路即使是线性的，其诊断方程通常也是非线性的，因此计算起来比较复杂，一般需要有较大容量的计算机。特别是当需要从非线性诊断方程中解出所有元件的参数值时，从可解性的条件出发，端口测试必需充分，这将在第三章中介绍〔13〕。

故障预猜验证法一般用在测试条件较差的场合，即可及端口数较少的场合。该方法首先认为网络中存在的故障很少，而且假定非故障元件的实际值即为其标称值，这样就可预猜哪几个元件是故障元件。通常根据测试结果与故障元件拓扑之间的约束条件作为验证式来判别上述预猜是否正确，如此不断筛选，直至搜索到符合“验证式”要求的真实故障元件的位置（故障定位）后才进行故障定值。由此可见，故障预猜验证法所处理的故障元件，不仅其参数值是未知的，其位置也是未知的，这是本方法的一个十分重要的特点。但当电路的规模较大，且其中故障元件为数较多时，预猜验证法的筛选、搜索工作量较大，不过每一次验证所涉及的运算比较简单，而且对于线性电路通常其诊断方程可以是线性的，同时该方法中的不少运算工作可事先离线毕备，因此一般微机便可胜任该方法的计算任务。然而，由于容差的存在，非故障元件的实际值与标称值之间的偏差却往往并不很小，以致该法诊断效果不够理想。这将在第四章中讨论。

除了上述三种主要诊断方法以外，还有一类方法称作**逼近法** (approximation method)。它实际上包括测后拟似法中的优化法与测前拟似法中的概率统计法两种。由于这两种方法所得的解都是或然的，因此也统称为近似法，这将在第五章中讨论。

上述各种方法各有其优缺点，其中测后拟似法中的元件参数解法较有发展前途，但需要进一步改进、探索。在实际诊断中，常把各种方法结合起来使用，根据实际场合的需要，取长补短，达到最佳诊断效果。目前，国内外许多学者正在总结数十年来所积累的丰富的故障侦查及维修经验，以期用人工智能等方法把各种诊断法综合应用。这些将在最后一章中讨论。

近年来，模拟-数字混合的专用集成电路层出不穷，迅速地研究开发这类电路的故障诊断方法的任務摆在了我们面前。由于这类电路的故障诊断还是属于模拟电路的故障诊断（可以认为是模拟电路故障诊断的延拓），因此放在最后一章一起论述。至于模拟电路及系统的可测性判据及模拟集成电路的可测试性设计，已成为当前开发模拟集成电路时降低生产成本、保证产品质量的关键问题，此内容将在最后一章扼要叙述。此外电子注探测技术近年来也已应用到集成电路的故障诊断上来，且卓有成效，其功能已远远超逾电路意义上的故障诊断，但因成本昂贵操作复杂，尚待普及，可供重点实验室分析应用。

第二章 故障字典法

故障字典法，顾名思义，是把各种故障与其许多征兆之间的关系一一对照，并整理成字典形式的一种诊断方法。诊断时按测得的种种征兆在该字典中进行检索，并按某种判别准则确定最可能的故障状态。因此，应用任何一种故障字典法都包含以下三个步骤：

1. 明确故障的诊断范围：由于故障通常大都是元件参量的变异，而模拟电路中元件参量的变值是连续的，因此可以认为故障状态是无限多的，这显然不可能在一本篇幅有限的字典中完全罗列出来。为此，在着手编制一本故障字典之前，必须首先明确这本故障字典的诊断范围。通常总是根据元件的可靠性与以往维修工作中的经验，把最常遇到的一些故障作为一本字典的诊断范围。一本故障字典适用的对象一般只是某一特定设备或某一专门电路，而不是任一设备或任一电路。而且认为常见的故障大多是硬故障，即元件的开断或短路等，而很少是元件参量连续变值的软故障。

2. 辨明故障的征兆：每种故障都有其各种征兆。编纂一本故障字典时，首先必须把故障诊断范围内的每一种故障的种种征兆搜集整理在一起，再按便于查找、检索故障的某种方式进行编排。故障的征兆既可以用特定激励下的响应来体现，也可以用为了获得某一特定响应的激励来表达，有时候还需要用多种激励和其相应的多种响应来表征，以便区别

不同的故障。这些征兆一般总是在诊断测试之前，通过对被诊断电路的拟似（simulation）而取得。一般是在计算机上进行拟似，必要时也可用实物拟似。

3. 在线诊断要快速准确：当待诊断对象出现故障后，即按与编写字典时辨明故障征兆相同的步骤对待诊断对象进行检测，再在字典中按所得征兆逐个查找。但实际中经常存在着这样一种情况，即多个不同的故障有着相近的征兆，这时就需按一定的判别准则加以区分，以确定它为某一故障〔15〕。

故障拟似中元件特性的表征误差、实际元件的容差以及测试过程中难免出现的测试误差等因素都会使在线诊断时所得的结果不能完全符合测前拟似所得的征兆，以致诊断不准确，甚至引起误判。为了保证诊断的正确可靠，必须提高对故障状态，亦即故障征兆的分辨率〔14〕、〔16〕。因此，在建立故障字典时，必须在给定的可测性条件下，适当选择激励点和测试点以及测试信号，以提高分辨率。

在§1.3中已经提到，字典法本质上是一种经验性的诊断方法，因此对于那些没有条件进行解析分析或难于获得其输入-输出解析特性的系统非常适用，而且字典法的在线诊断又比较简便省时，这是它的优点。但实际上，字典法一般还只局限于处理单个故障，且故障类型都为硬故障。若要诊断多个故障及软故障，则对待测电路预先要作大量拟似，还要保证对故障状态具有较高的分辨率。

§2.1 直流域中字典的建立〔17〕、〔18〕

我们以图 2.1.1 所示的一个视频放大器为例来说明编写

一本直流域故障字典的一般过程。

人们在诊断实践中发现，模拟电路的故障大约有80%是硬故障，其中又有60~80%是电阻开断、电容短路以及三极管和二极管等引出线的开断或短路而引起的故障。这样人们自然会想到，解决实际问题得首先从解决这些硬故障入手。我们以图2.1.1的视频放大器为例进行讨论。设该电路有20种最常见的故障状态可作为所编故障字典的诊断范围，它们在表2.1.1中按序号一、二、……二十编排。

表 2.1.1

故障序号	〇	一	二	三	四	五	六
故障状态	正常	Q1BES	Q2CES	Q2BO	Q3BES	Q3BO	Q4BES
故障序号	七	八	九	十	十一	十二	十三
故障状态	Q4BO	Q5BES	Q5BO	Q6BES	Q6BCS	Q6BO	DZ1O
故障序号	十四	十五	十六	十七	十八	十九	二十
故障状态	DZ1S	DZ2O	DZ2S	DZ3O	DZ3S	DZ4O	DZ4S

表中 Q 表示三极管，DZ表示稳压管；O指开断，S指短路；BES、CES 及 BCS 分别表示三极管相应各极之间的短路，BO 表示基极的开路。显然，这里定义的故障均系硬故障。由表 2.1.1 可以看出，所定诊断范围实际上未包括图 2.1.1中所有的九个三极管，仅包括其中的前六个，而未考虑后三个，而且还不包括电感的硬故障。又由于电路中无电容，因此对该放大器电路便于在直流域中建立其故障字典。

由图2.1.1可见，该电路共有43个节点，其中节点 14 是输入节点，可作为激励端口，在该节点上允许施加±30V的直流电压作为激励信号。为叙述方便起见，先设可测节点为

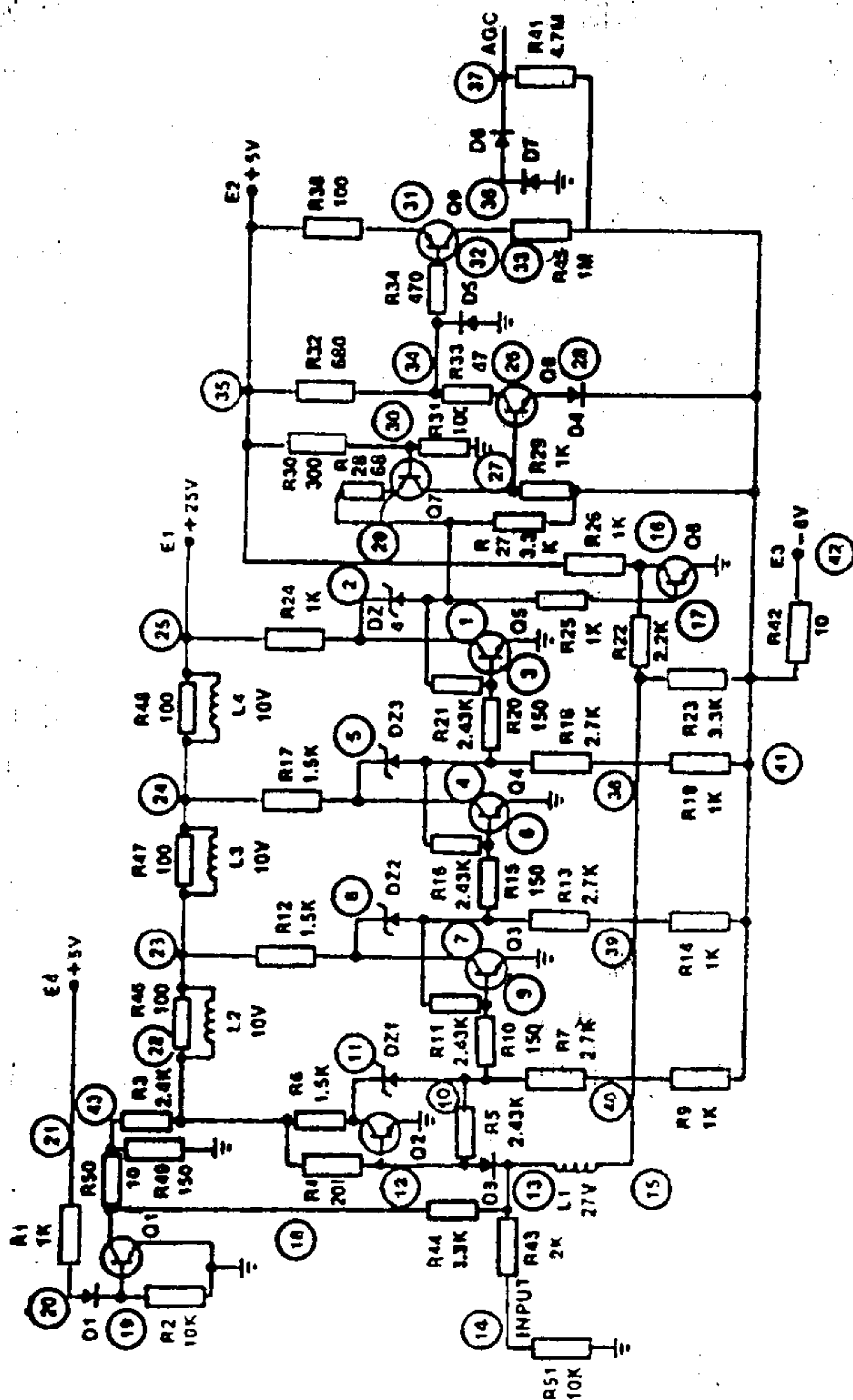


图 2.1.1

十个，即节点2、5、8、11、16、18、26、27、33、36。通常可用在 $\pm 30\text{V}$ 直流信号激励下各可测节点上的电压作为故障征兆来建立故障字典。虽然该电路是非线性的，但这些节点电压均可由通用的电路分析程序经拟似而获得。对于图2.1.1所示电路，为了获得其20种故障状态的征兆，在节点14上施加 $\pm 30\text{V}$ 两种激励情况下，需拟似每一种故障状态在上述十个可测节点上的电压，这样共需拟似 $2 \times 10 \times 20 = 400$ 个节点电压数据，加上电路处于无故障标称状态时的20个节点电压值，该字典中就需存储420个节点电压数据，以便诊断时根据测到的电压值从上述字典中查找相应的故障。

为了说明清楚起见，这里用SPICE程序进行拟似*，所得420个数据如表2.1.2所示。

由表2.1.2可见，节点36上的电压对诊断这20种故障不提供任何有用信息。因为不论激励是 $+30\text{V}$ 还是 -30V 电压，不论在无故障的标称状态，还是在20种故障状态下，节点36上的电压值均在 $-0.47 \sim -0.48\text{V}$ 范围内。节点18上的电压除了在故障状态一时略高以外，均在 $0.04 \sim 0.05\text{V}$ 范围内。

由表2.1.2还可发现，除了上述两节点外，节点26、27、33上的电压值基本上是相关的，因此它们三者提供的信息完全一致，并且和节点2上的电压所提供的信息基本类同，但在故障状态十九及二十情况下尚有差别。所以，节点26、27、33在20种故障状态下所提供的信息事实上微乎其微，可不予考虑。因此，以上五个节点上的电压可以不必存储，在线诊断时也不用测量。

* 拟似图2.1.1时，稳压管一律用 5V 定额，二极管及三极管均用典型值。

表 2.1.2

节点		2	5	8	11	16	18	26	27	33	36
状态	激励										
O	+30V	7.97	0.04	7.27	0.11	0.05	0.05	-4.21	-3.38	4.12	-0.47
	-30V	0.05	7.23	0.04	6.90	1.19	0.04	5.00	-5.93	-5.93	-0.48
—	+30V	7.97	0.04	7.27	0.11	0.05	1.80	-4.21	-3.38	4.12	-0.47
	-30V	0.05	7.23	0.04	6.91	1.24	1.10	5.00	-5.93	-5.93	-0.48
二	+30V	7.97	0.04	7.27	0.00	0.05	0.05	-4.21	-3.38	4.12	-0.47
	-30V	7.97	0.04	7.10	0.00	0.03	0.04	-4.26	-3.43	4.12	-0.47
三	+30V	0.05	7.23	0.04	7.49	6.70	0.05	5.00	-5.88	-5.88	-0.48
	-30V	0.05	7.23	0.04	6.90	1.19	0.04	5.00	-5.93	-5.93	-0.48
四	+30V	7.97	0.04	7.27	0.11	0.05	0.05	-4.21	-3.38	4.12	-0.47
	-30V	7.97	0.04	7.27	6.20	0.03	0.04	-4.24	-3.42	4.12	-0.47
五	+30V	7.97	0.04	7.27	0.11	0.05	0.05	-4.21	-3.38	4.12	-0.47
	-30V	7.97	0.03	7.57	11.12	0.03	0.04	-4.23	-3.41	4.12	-0.47

续表

节点		2	5	8	11	16	18	26	27	33	36
状态 激励	六 +30V	0.05	7.25	6.50	0.15	6.69	0.05	5.00	-5.88	-5.88	-0.48
	Q4BES -30V	0.05	7.24	0.04	6.90	1.19	0.04	5.00	-5.93	-5.93	-0.48
七 +30V		0.04	7.50	10.14	0.09	6.69	0.05	5.00	-5.87	-5.87	-0.48
	Q4BO -30V	0.05	7.23	0.04	6.90	1.19	0.04	5.00	-5.93	-5.93	-0.48
八 +30V		7.97	0.04	7.27	0.11	0.05	0.05	-4.21	-3.38	4.12	-0.47
	Q5BES -30V	7.96	6.53	0.04	6.93	0.03	0.04	-4.24	-3.42	4.12	-0.47
九 +30V		7.97	0.04	7.27	0.11	0.05	0.05	-4.21	-3.38	4.12	-0.47
	Q5BO -30V	8.07	9.80	0.04	6.93	0.03	0.04	-4.22	-3.42	4.12	-0.47
十 +30V		7.92	0.04	7.27	0.11	6.75	0.05	-4.21	-3.38	4.12	-0.47
	Q6BES -30V	0.05	7.23	0.04	6.90	1.19	0.04	5.00	-5.93	-5.93	-0.48
十一 +30V		7.97	0.04	7.27	0.11	0.83	0.05	-4.21	-3.39	4.12	-0.47
	Q6BCS -30V	0.05	7.23	0.04	6.90	0.43	0.04	5.00	-5.93	-5.93	-0.48
十二 +30V		8.10	0.04	7.27	0.11	6.75	0.05	-4.20	-3.38	4.12	-0.47
	Q6BO -30V	0.05	7.23	0.04	6.90	1.18	0.04	5.00	-5.93	-5.93	-0.48

续表

节点		2	5	8	11	16	18	26	27	33	36
状态	激励										
十三	+30V	7.97	0.04	7.27	0.11	0.05	0.05	-4.21	-3.38	4.12	-0.47
DZ1O	-30V	7.97	0.04	7.10	25.00	0.02	0.04	-4.26	-3.43	4.12	-0.47
十四	+30V	7.97	0.04	7.28	0.10	0.05	0.05	-4.21	-3.38	4.12	-0.47
DZ1S	-30V	0.05	7.23	0.04	2.27	1.22	0.04	5.00	-5.93	-5.93	-0.48
十五	+30V	0.05	7.20	25.00	3.98	6.70	0.05	5.00	-5.89	-5.89	-0.48
DZ2O	-30V	0.05	7.23	0.04	6.90	1.19	0.04	5.00	-5.93	-5.93	-0.48
十六	+30V	7.97	0.04	2.64	0.11	0.05	0.05	-4.21	-3.38	4.12	-0.47
DZ2S	-30V	0.05	7.25	0.04	6.90	1.19	0.04	5.00	-5.93	-5.93	-0.48
十七	+30V	7.97	0.04	7.27	0.11	0.05	0.05	-4.21	-3.38	4.12	-0.47
DZ3O	-30V	7.95	25.00	0.04	6.92	0.03	0.04	-4.25	-3.43	4.12	-0.47
十八	+30V	7.97	0.04	7.27	0.11	0.05	0.05	-4.21	-3.38	4.12	-0.47
DZ3S	+30V	0.04	2.60	0.04	6.90	1.18	0.04	5.00	-5.90	-5.90	-0.48
十九	+30V	25.00	0.04	7.23	0.12	6.70	0.05	5.00	-5.90	-5.90	-0.48
DZ4O	-30V	0.05	7.23	0.04	6.90	1.19	0.04	5.00	-5.93	-5.93	-0.48
二十	+30V	3.21	0.04	7.27	0.11	0.05	0.05	-4.18	-3.34	4.12	-0.47
DZ4S	-30V	0.04	7.23	0.04	6.90	1.19	0.04	5.00	-5.93	-5.93	-0.48

故障拟似时，由于电路分析程序中非线性器件特性的表达式难免与被诊断器件的特性不完全一致，因此表2.1.2中拟似的节点电压总不免有些偏差，这是需要注意的一个方面；在线诊断时，由于测试中存在误差以及待诊断电路中无故障元件的容差等因素，所测得的节点电压也不免有些偏差，这是需要注意的另一方面。为此，在建立字典时，要把最坏场合的情况考虑在内，故通常可用Monte-Carlo法拟似。

建立字典时，可把电路施加各次激励时所有可测节点上的电压拟似值划分几个模糊集，以使用模糊观点来确定电路中的故障状态，这样对在线诊断查找字典也较简便有效。

模糊集的划分可按如下原则进行。把与各个故障状态以及无故障标称状态相对应的所有节点电压拟似值作为原始数据，挑选其中比较密集的数据群构成数个模糊集。各模糊集之间当然不允许有相互重叠的情况，而且各模糊集之间应尽可能分离。每一模糊集所覆盖的具体电压值可根据具体情况而定。对于表2.1.2中节点2、5、8、11、16上的电压数据，根据各模糊集之间不应重叠而且务须分离的原则，可具体划分为下列I、II、III、IV四个模糊集：

I . $0 \sim 1.25V$

II . $2.25 \sim 4.0V$

III . $6.0 \sim 8.15V$

IV . $9.8 \sim 11.2V$

此外有额外值25V。显然，I、II两模糊集之间有约1V的间隔，II、III模糊集之间及III、IV模糊集之间均有约2V的间隔，而每一模糊集所覆盖的电压量程也不过1~2V上下。至于额外值25V，与前四个模糊集间隔更大。

从这里也可以看出，我们之所以删去18、26、27、33、

36五个节点，不仅因为它们对该诊断范围内的20种故障状态提供的信息不多或甚至不提供任何信息，而且也是为了有利于选取更合适的模糊集。例如上述分集情况下，如果需要考虑节点18上+30V电压激励时，存在故障状态一时所出现的1.8V，就难处理了。

根据上述划分，可得表征各节点电压在各模糊集上的故障状态的表2.1.3。

表2.1.3既然说明了 $\pm 30\text{V}$ 激励时上述五个节点上所得电压落在某一模糊集时所代表的故障状态，那末一旦电路出现故障，该表能否唯一地判断该诊断范围内所有的20个故障呢？

故障诊断是否具有唯一性，取决于给定的可测性条件下所获得的故障征兆能否有效地区分出不同的故障状态。例如，当+30V激励时，若节点8上的电压落在模糊集I中，则该电路中的故障必为故障三（Q2BO）；同样地，当+30V激励时，节点11上的电压落在模糊集III中，则该电路中的故障也必为故障三，两者可相互验证。再例如，当+30V激励时，若节点2上的电压落在模糊集II或为额外值25V，则相应的故障必分别唯一地为故障二十或十九；又节点8上的电压若落在II、IV集或为额外值25V，则相应的故障必分别唯一地为故障十六、七、十五。再例如，当-30V激励时，若节点5上的电压落在模糊集II、IV或为额外值25V，则相应的故障必分别唯一地为故障十八、九、十七；若节点11上的电压凡落在模糊集I、II、IV或为额外值25V，则相应的故障必分别唯一地为故障二、十四、五、十三。由此可见，这些故障状态，诸如二、三、五、七、九、十三、十四、十五、十六、十七、十八、十九及二十均可在 $\pm 30\text{V}$ 激励时根

表 2.1.3

节点	激励	I 0~1.25V	II 2.25~4.0V	III 6.0~8.15V	IV 9.8~11.2V	V 25V
2	+30V	三、六、七、十五	二十	〇、一、二、四、五、八、九、十、十一、十三、十六、十七、十八	〇、一、二、三、四、五、八、九、十、十一、十三、十六、十七、十八	十九
	-30V	〇、一、三、六、七、十、十一、十二、十四、十五、十六、十八、十九、二十		二、四、五、八、九、十三、十七		
	+30V	〇、一、二、四、五、八、九、十、十一、十二、十三、十四、十六、十七、十八、十九、二十		三、六、七、十五		
	-30V	二、四、五、十三		〇、一、三、六、七、八、十、十一、十三、十六、十七、十八、十九、二十		
8	+30V	三	十八	〇、一、三、六、七、八、十、十一、十三、十六、十七、十八、十九、二十	九	十七
	-30V	〇、一、三、六、七、八、九、十、十一、十二、十四、十五、十六、十七、十八、十九、二十		二、四、五、十三		
	+30V	〇、一、二、四、五、六、七、八、九、十、十二、十三、十四、十六、十七、十八、十九、二十		〇、一、二、三、四、五、六、八、九、十、十一、十三、十六、十七、十八、十九、二十		
	-30V	二		二、四、五、十三		
11	+30V	〇、一、三、六、七、八、九、十、十一、十二、十四、十五、十六、十七、十八、十九、二十	十五	三	五	十三
	-30V	〇、一、二、四、五、六、七、八、九、十、十二、十三、十四、十六、十七、十八、十九、二十		〇、一、三、四、六、七、八、九、十、十一、十三、十六、十七、十八、十九、二十		
	+30V	〇、一、二、三、四、五、六、七、八、九、十、十二、十三、十四、十六、十七、十八、十九、二十		〇、一、三、四、六、七、八、九、十、十一、十三、十六、十七、十八、十九、二十		
	-30V	二		三、六、七、十、十二、十五、十九		
16	+30V	〇、一、二、三、四、五、八、九、十一、十三、十四、十六、十七、十八、二十	十四	〇、一、三、四、六、七、八、九、十、十一、十三、十六、十七、十八、十九、二十	五	十三
	-30V	〇~二十 (全部状态)		三、六、七、十、十二、十五、十九		

据某可测节点上电压是否出现在某一模糊集中而唯一地被确定。

至于另外一些故障,可利用交及对称差的运算确定之。例如故障四就可在不出现故障二、五、十三的情况下,通过检查 -30V 激励时节点8上电压是否落在模糊集Ⅲ或节点5上电压是否落在模糊集Ⅰ而被唯一地确定。故障六可在确定故障十六不出现情况下,由 $+30\text{V}$ 激励时节点5上电压不落在模糊集Ⅰ而节点8上电压却出现在模糊集Ⅲ而得以被唯一地确定。故障八可在确定故障十八不存在的情况下,由 -30V 激励时节点2上电压不落在模糊集Ⅰ而节点5上电压落在模糊集Ⅲ中而得以被唯一地确定。

此外,在确定不存在故障十九情况下,故障十和十二可由 $+30\text{V}$ 激励时,节点5上电压落在模糊集Ⅰ而节点16上电压不落在模糊集Ⅰ而得以被同时确定。但是它们虽能被确定,却难以判定具体对应哪一故障。余下的故障一和无故障状态0也是如此,只有再利用节点18上的电压才可以区别它们。

通过上例可以看出,不同节点上的不同激励在诊断故障时所起的作用并不一样。节点2、8、11在 $+30\text{V}$ 激励时和节点5、11在 -30V 激励时都对诊断起着较大的作用。

总之,建立故障字典时,在确定诊断范围后,需要选择测试点,也可改变输入激励量,甚至还可适当调整模糊电压集量程,这样才能最终分辨清楚各种故障状态。〔102~104〕

§2.2 频域中字典的建立

对于线性交流电路,可根据它的频率响应来构造故障字典。频域字典法的优点是所需硬件比较简单,只要有正弦信

号发生器及电压表就可以了。若有矢量电压表或频谱仪就更好了。

线性电路的频域分析理论已十分成熟,因此频域中建立故障字典的方法也较多〔19〕~〔25〕。这些方法大都基于各种网络函数的幅频特性和相频特性。下面分别介绍之。

(一) Seshu-Wakman 方法〔20〕: 这是一种比较早期的方法,它利用传输函数的幅频特性来构造字典。设待测电路中某一传输函数 $H(s)$ 为

$$H(s) = k \prod_{i=1}^{n_z} (s - z_i) / \prod_{j=1}^{n_p} (s - p_j) \quad (2.2.1)$$

式中 s 为复频率, k 为一常数, z_i 、 p_j 分别代表传输函数的零极点,其数目分别为 n_z 、 n_p 。这些零极点的位置及常数 k 完全决定了 $H(s)$ 的幅频特性及相频特性。因此,对于该传输函数的特性,也可由 $(n_z + n_p + 1)$ 个频率点上 $H(s)$ 的值来完全确定。换句话说,一旦获得了 $(n_z + n_p + 1)$ 个频率点上的 $H(s)$ 值,原理上就可完全确定式(2.2.1)中的 k 、 z_i 及 p_j 。

在 RC 网络中,零极点均为实根,故可把它们绝对值分别视为角频率 ω_i 及 ω_j ,此即上、下折角频率。这样很容易画出该 $H(s)$ 的Bode图。当网络中某一元件发生故障时,部分或全部折角频率也将随之改变,从而引起整个 $H(s)$ 的Bode图的改变。

总之,在建立频域中故障字典时,我们应在 $(n_z + n_p + 1)$ 个频率点上计算出电路处于无故障标称状态及各种故障状态时的 $H(s)$ 的幅值,由这些幅值就可构造故障字典。建立这种故障字典的一般步骤为:

1. 首先用符号网络函数分析程序实现 $H(s)$ 的符号表

达式，即将 $H(s)$ 的分子、分母多项式中的各系数用各元件符号的函数来表达；

2. 将无故障状态时元件标称值代入上式，对分子、分母多项式进行因式分解，计算出各折角频率；

3. 至少在 $(n_z + n_p + 1)$ 个测试频率点上计算出电路处于各种故障状态时的 $H(s)$ 幅值。这些测试频率宜按如下方式选取；在相邻的两个折角频率之间选取一个测试频率，同时在最高折角频率以上和最低折角频率以下也各取一个测试频率；

4. 在上述各测试频率点上，把电路处于各种故障状态下的 $H(s)$ 的幅值按一定方式存储起来。一定方式通常是指将这些幅值直接存储，或取其与标称值的偏离进行量化、编码，以征兆码形式存储。

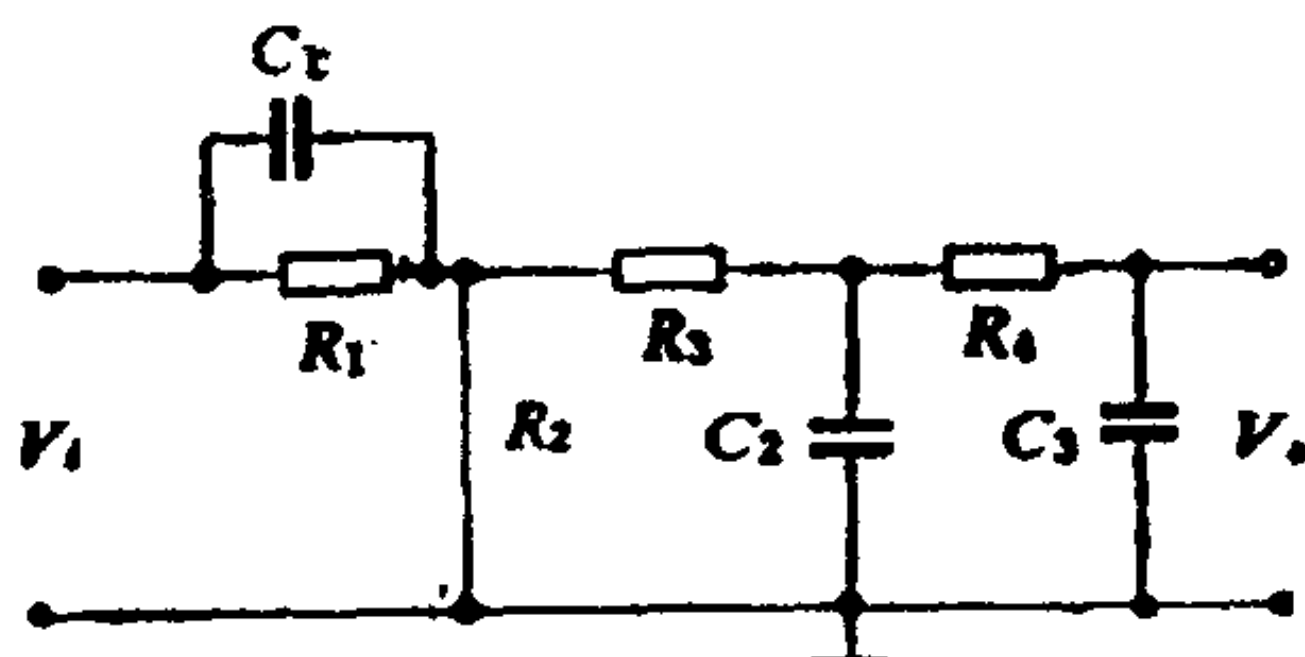


图 2.2.1

例如对图2.2.1的电路，可求得其电压传输函数为

$$H(s) = \frac{V_o(s)}{V_i(s)} = \frac{a_0 + a_1 s}{b_0 + b_1 s + b_2 s^2 + b_3 s^3} \quad (2.2.2)$$

式中

$$\begin{aligned} a_0 &= R_2, \quad a_1 = R_1 R_2 C_1, \quad b_0 = R_1 + R_2 \\ b_1 &= R_1 C_1 R_2 + R_2 R_4 C_3 + (C_2 + C_3)(R_2 R_3 \\ &\quad + R_3 R_1 + R_1 R_2) + R_1 R_4 C_3 \end{aligned}$$

$$b_2 = R_1 R_2 R_3 C_1 (C_2 + C_3) + R_1 R_2 R_4 C_3 (C_1 + C_2) \\ + R_3 R_4 C_2 C_3 (R_1 + R_2)$$

$$b_3 = R_1 R_2 R_3 R_4 C_1 C_2 C_3 \quad (2.2.3)$$

由式 (2.2.2) 可知, $H(s)$ 有三个极点和一个零点。设各元件标称值为 $R_1 = R_4 = 1\text{M}\Omega$, $R_2 = 10\text{M}\Omega$, $R_3 = 2\text{M}\Omega$, $C_1 = 0.01\mu\text{F}$, $C_2 = C_3 = 0.001\mu\text{F}$, 在这些标称值下, $H(s)$ 的折角频率分别为 (零点) $\omega = 100$ 和 (极点) $\omega = 83.3$ 、 288.6 及 2288.1rad/s 。因此可选下列5个测试频率, 即 $\omega = 10$ 、 95 、 200 、 800 及 5000rad/s 。它们分别处在相邻的零极点之间, 并在最高折角频率以上及最低折角频率以下。无故障正常状态下标称值时的 $H(s)$ 记作 $H^0(s)$ 。

如若对该电路定义14种故障状态, 它们对应于图2.2.1中7个元件分别当其实值相距其标称值有 $+50\%$ 或 -50% 的偏离, 并分别记为 R^+ 、 C^+ 或 R^- 、 C^- 。由式 (2.2.2) 及 (2.2.3) 计算出这些故障状态下 $H(s)$ 的幅值, 再按表2.2.1进行量化并编码。于是在5个频率上可得一个5位码, 所得故障字典如表2.2.2所示。

表 2.2.1

$ H(s) - H^0(s) $	码
$\leq \pm 0.5\text{dB}$	0
$-1 \sim -0.5\text{dB}$	1
$-2 \sim -1\text{dB}$	2
$-5 \sim -2\text{dB}$	3
$\leq -5\text{dB}$	4
$.5 \sim 1\text{dB}$	5
$1 \sim 2\text{dB}$	6
$2 \sim 5\text{dB}$	7
$\geq 5\text{dB}$	8

表 2.2.2

故障类型	征兆码	故障类型	征兆码
R_1^+	10000	R_1^-	56000
R_2^+	50000	R_2^-	21000
R_3^+	02434	R_3^-	06788
R_4^+	00214	R_4^-	00578
C_1^+	05050	C_1^-	01210
C_2^+	02334	C_2^-	06778
C_3^+	02434	C_3^-	06788

由表可以看出, R_3^+ 与 C_3^+ 、 R_3^- 与 C_3^- 都具有相同的征

兆码，因此它们都是两个故障共占一个模糊集，因此不能唯一地确定单个故障元件。这时只能再增加测试频率点，例如利用更低的或更高的测试频率，这样其余各种故障也都可唯一地被确定。

(二) 双线性变换方法^[21]：由网络理论得知，线性网络的网络函数可以表示为某一元件参量 r_i 的双线性函数，即

$$H(s, r_i) = \frac{a_1 i(s) r_i + a_0 i(s)}{b_1 i(s) r_i + b_0 i(s)} \quad (2.2.4)$$

$$(i = 1, 2, \dots, n_b)$$

式中 a 、 b 均为 s 的多项式，而这些多项式的系数又是各元件参数 $r_j (j \neq i)$ 的函数。可以根据 $H(s, r_i)$ 与 r_i 的上述双线性关系来构造故障字典，即对每一测试频率，在复平面上作出 $H(s, r_i)$ 与 r_i 的关系曲线，由双线性变换的特性可知，当 r_i 在一定范围内变化时，该曲线或是一条直线，或是一段弧线。将在所有测试频率上作出的这些关系曲线存储起来，就构成了一部故障字典。

测试频率仍按相邻零极点间穿插的方式选取。因此，对有 n_z 个零点与 n_p 个极点的函数 $H(s)$ ，至少需在 $(n_z + n_p + 1)$ 个测试频率上计算出 $H(s, r_i)$ 与某一 r_i 的关系曲线。对于单故障，这样构造出来的故障字典确实能够比较全面地反映出各种故障征兆，包括硬、软故障的征兆。

从双线性函数式(2.2.4)可以看出，其分子、分母的四个系数中只有三个是独立的，因此只需三个点上的 $H(s, r_i)$ 的值就可完全确定该双线性函数。于是，为了构造整个故障字典，按照式(2.2.4)至少需计算出 $3(n_z + n_p + 1)n_b$ 个值作为基本数据，这里 n_b 为元件数。

以图 2.2.1 所示的电路为例, 当测试频率 $\omega = 200 \text{ rad/s}$ 时, $H(s, r_i)$ 与各元件参量 r_i 的变化关系曲线如图 2.2.2 所示。图中各元件参数在其标称值的 $0.1 \sim 10$ 倍之间变化。在其它测试频率上, $H(s, r_i)$ 与 r_i 的关系曲线也是类似的。

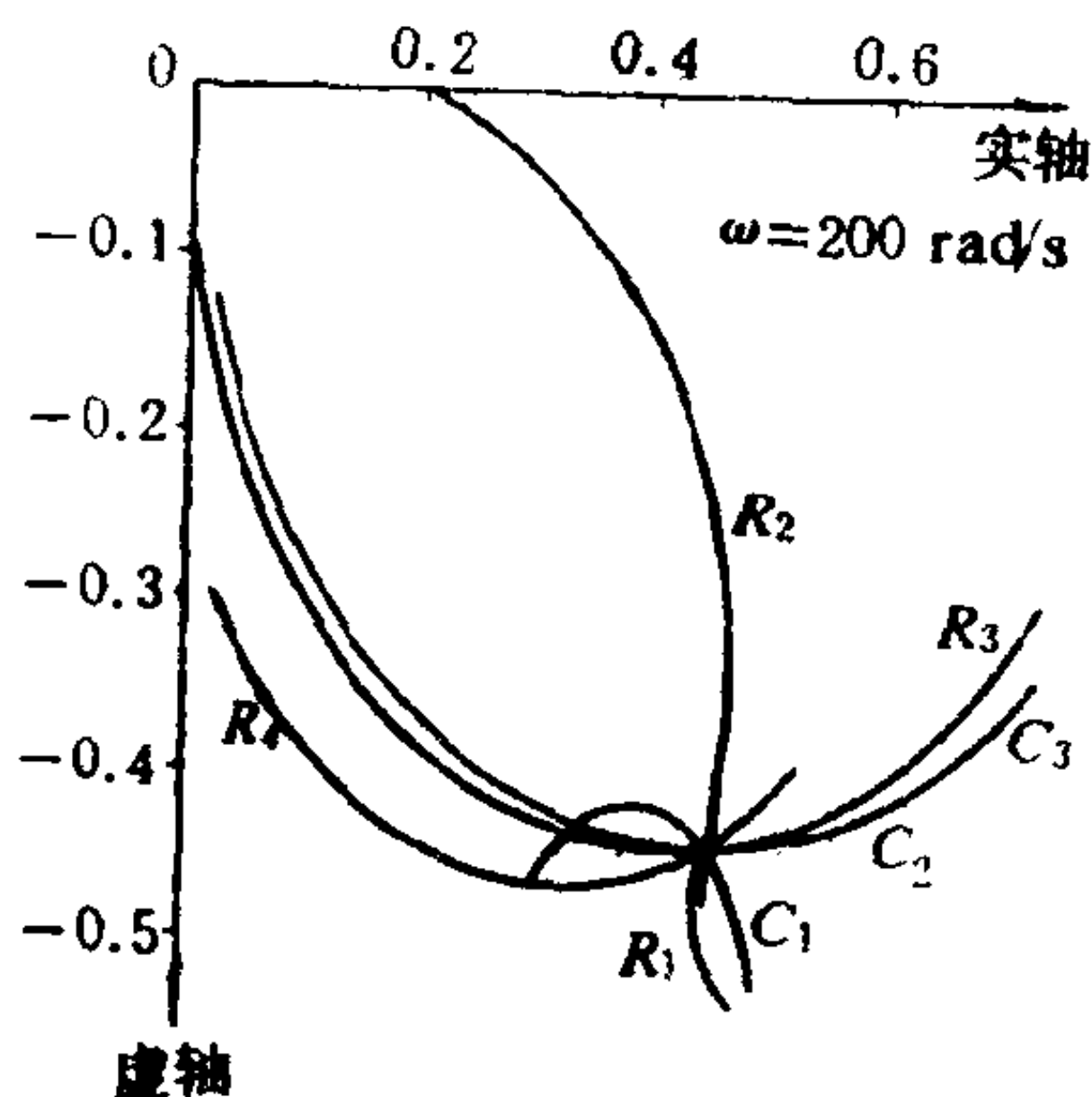


图 2.2.2

(三) 稀疏矩阵字典法 [22]、[23]

设待测电路的某一网络函数 $H(\omega)$ 可测, 且定义该电路有 n_f 种故障状态, $f = 1, 2, \dots, n_f$ 。拟似出每种故障状态在 n_ω 个频率 ($i = 1, 2, \dots, n_\omega$) 上网络函数 $H^f(\omega_i)$ 的值。令它们与标称无故障网络函数 $H^0(\omega_i)$ 的偏差为

$$\begin{aligned} d_{if}^* &\triangleq H^0(\omega_i) - H^f(\omega_i) \\ i &= 1, 2, \dots, n_\omega \\ f &= 1, 2, \dots, n_f \end{aligned} \quad (2.2.5)$$

式中 $H^0(\omega_i)$ 及 $H^f(\omega_i)$ 既可表示幅值, 也可表示相位。也就是说, 对应某些频率, $H^0(\omega_i)$ 、 $H^f(\omega_i)$ 可表示幅值; 而对另一些频率, 它们又可表示相位。若把 d_{if}^* 看作是 i 行 f 列的一个元素, 则可构成一个矩阵。

考虑到元件容差的影响, 可对 d_{if}^* 进行量化。设因元件容差及测试误差而引起的 d_{if}^* 的偏差不超过 ψ_i , 则 d_{if}^* 可按如下方式进行量化, 即

$$d_{if} = \begin{cases} 1, & \text{当 } d_{if}^* > \psi_i \text{ 时} \\ 0, & \text{当 } |d_{if}^*| \leq \psi_i \text{ 时, } \begin{pmatrix} i=1, 2, \dots, n_\omega \\ f=1, 2, \dots, n_f \end{pmatrix} \\ -1, & \text{当 } d_{if}^* < -\psi_i \text{ 时, } \end{cases} \quad (2.2.6)$$

以量化后的 d_{if} 作为元素而组成的矩阵就是要构造的故障字典。由于这个矩阵是一个稀疏矩阵，因此这种字典称为稀疏矩阵字典。为了提高故障在字典中的分辨度，通常可选用较多的测试频率，例如选 $n_\omega \geq 3n_b$ ， n_b 为元件数。

例如，以图 2.2.1 所示的电路为例来构造故障字典。选择测试频率 ω 为 10、200、800、2000、8000 rad/s，在前三个频率上测幅值 G ，后二个频率上测相角 φ ，量化时相角取 $\psi_i = 0.08$ ，幅值取 $\psi_i = 0.025$ 。仍考虑 7 个元件对其标称值有 $\pm 50\%$ 的偏离作为它们的故障状态，则可得稀疏矩阵字典如表 2.2.3 所示。

由表 2.2.3 可见， R_1^+ 与 R_2^- 、 R_1^- 与 R_2^+ 、 C_2^+ 与 C_3^+ 及 C_2^- 与 C_3^- 各对故障状态之间均难以区分，因此该字典尚不完善。为此可以舍弃式 (2.2.6) 的量化方式而对 d_{if}^* 作如下处理，即

$$d'_{if} = \frac{d_{if}^*}{|\psi_i|} \quad \begin{matrix} i=1, 2, \dots, n_\omega \\ f=1, 2, \dots, n_f \end{matrix} \quad (2.2.7)$$

这样所得矩阵就更加便于区分各种故障状态了。但是，处理后的矩阵不再是稀疏矩阵，因此需要较大的存储容量。

若再对 d'_{if} 按如下方式进行归一化处理，即

$$d_{if} = \frac{d'_{if}}{\|d'_i\|} \quad \begin{matrix} i=1, 2, \dots, n_\omega \\ f=1, 2, \dots, n_f \end{matrix} \quad (2.2.8)$$

式中 $d'_i = [d'_{i1} \ d'_{i2} \ \dots \ d'_{in_f}]^T$ ， $\|\cdot\|$ 表示范数，该范数通常可取为

表 2.2.3

增益或相位	故障													
	R_1^+	R_1^-	R_2^+	R_2^-	R_3^+	R_3^-	R_4^+	R_4^-	C_1^+	C_1^-	C_2^+	C_2^-	C_3^+	C_3^-
$G \quad \omega=10$	1	-1	-1	1										
$G \quad \omega=200$					1	-1			-1	1	1	-1	1	-1
$G \quad \omega=800$					1	-1	1	-1			1	-1	1	-1
$\varphi \quad \omega=2000$						-1	1	-1			1	-1	1	-1
$\varphi \quad \omega=8000$								-1				-1		-1

表 2.2.4

增益或相位	故障													
	R_1^+	R_1^-	R_2^+	R_2^-	R_3^+	R_3^-	R_4^+	R_4^-	C_1^+	C_1^-	C_2^+	C_2^-	C_3^+	C_3^-
$G \quad \omega=10$	0.99	-0.96	-0.98	0.98										
$G \quad \omega=200$		-0.25	-0.14	0.16	0.81	-0.57	0.29	-0.15	-0.99	0.97	0.71	-0.53	0.80	-0.63
$G \quad \omega=800$					0.56	-0.76	0.38	-0.22	-0.08	0.16	0.48	-0.45	0.52	-0.62
$\varphi \quad \omega=2000$					0.15	-0.26	0.79	-0.77	0.09	-0.14	0.45	-0.59	0.25	-0.39
$\varphi \quad \omega=8000$							0.35	-0.57			0.2	-0.39		-0.21

$$\|d_f'\| = \sum_{i=1}^{n_\omega} |d_{if}| \quad (2.2.9)$$

经过上述处理后，可得 d_{if} 为元的矩阵。考虑到容差的影响，再将该矩阵中绝对值小于 $\eta\|d_f'\|$ 的诸元置为零。这里 η 是经验系数，例如取 $\eta = 1/3n_\omega$ 。这样便可得归一化无量纲的稀疏矩阵故障字典，如表2.2.4所示。

稀疏矩阵字典法的优点是所需存储量较少，因此能缩短运算时间，但在线诊断时有可能不利于区分故障。

§2.3 时域中字典的建立^{[26]~[32]}

对于线性或非线性动态电路，可以利用它的时域响应，拟似出它在时域中的各种故障征兆，从而建立故障字典。下面先介绍两种诊断线性电路的时域字典法。

(一) 伪噪声信号法^{[26]、[27]}

在待测网络的输入端施加一周期性的伪噪声信号 $\eta(t)$ ，所得响应为 $v(t)$ ，则可证明：对于线性电路，激励与响应的互相关函数近似为网络的冲激响应 $h(t)$ ，即

$$h(i\tau) \approx \frac{1}{T} \int_0^T \eta(t - i\tau) v(t) dt \quad (2.3.1)$$

τ 为 $\eta(t)$ 的周期， T 为测试时间，它的选择取决于信噪比。

按式(2.3.1)拟似出待测网络在标称状态及各种故障状态下的冲击响应，分别记作 $h^0(i\tau)$ 及 $h^f(i\tau)$ 。将它们的差值记为

$$d_{if}^* = h^0(i\tau) - h^f(i\tau) \quad \begin{matrix} i = 1, 2, \dots, n_t \\ f = 1, 2, \dots, n_f \end{matrix} \quad (2.3.2)$$

式中 n_t 为在时域中进行拟似的时间点数， n_f 为各种故障状态

的数目。

根据上述 d_{ij}^* ，既可直接将它存储起来构成字典，也可仿照上节频域中稀疏字典的构造方法对其进行量化、归一化处理后构成故障字典。

按直接方法建立字典时，式（2.3.1）可用延迟器、乘法器和积分器等硬件来实现，如图 2.3.1 所示。当然也可用计算机来拟似。

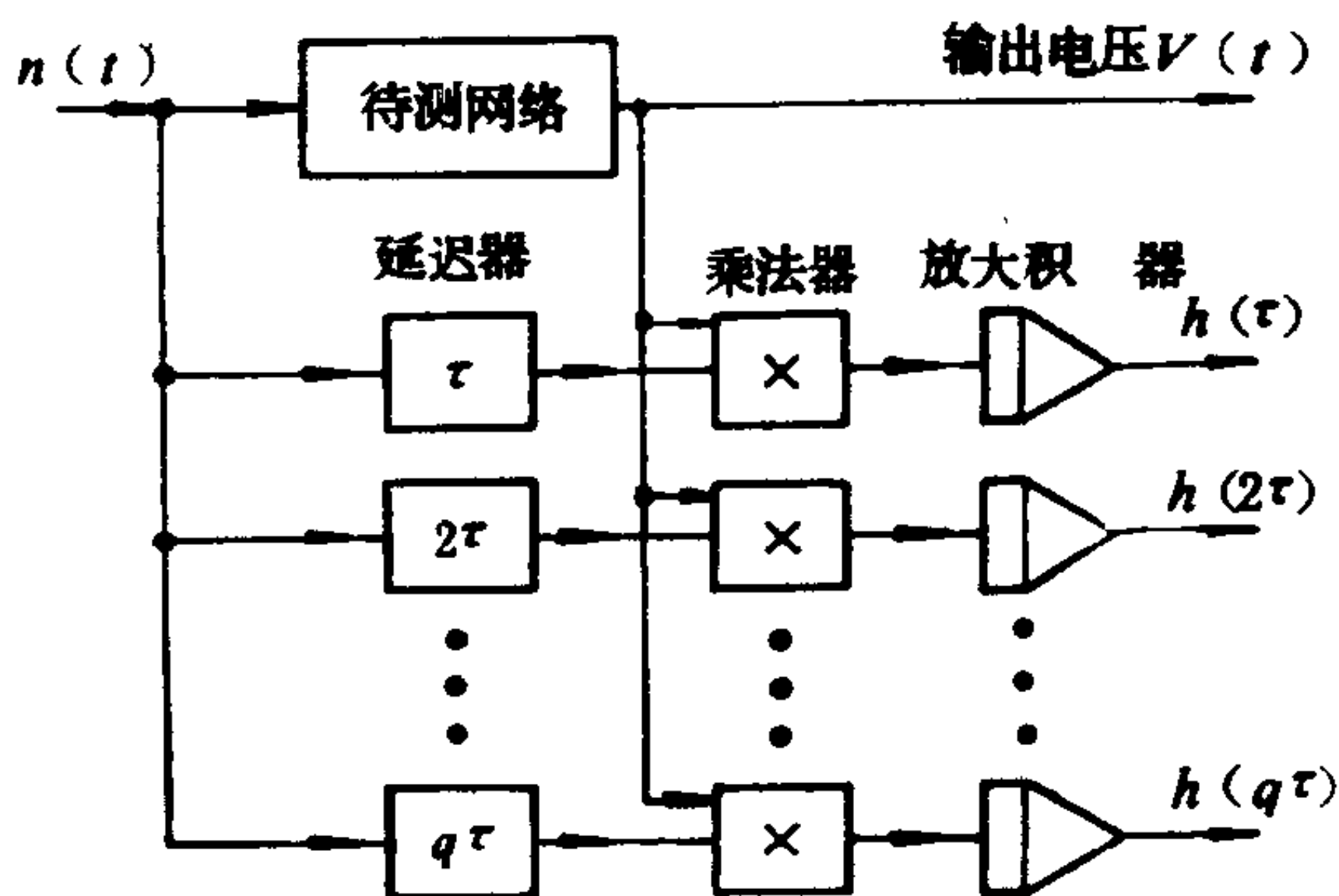


图 2.3.1

（二）激励信号设计法^[28]

对于线性待测动态电路，在其发生故障前后，若把它从其零状态驱使到零状态，两者所要求的非平凡激励信号是不相同的，因此可用激励信号参数来标志电路的各种故障，这就是激励信号设计法。

对于线性动态电路，其输入输出特性可用下列微分方程来描述。

$$\begin{aligned}
 & a_n \frac{d^n y}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} y}{dt^{n-1}} + \dots + a_0 y \\
 & = b_0 u + b_1 \frac{du}{dt} + \dots + b_m \frac{d^m u}{dt^m}
 \end{aligned} \tag{2.3.3}$$

引入辅助参量 $\mathbf{x}$, 可将上式表示为状态方程式

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}u, \quad y = \mathbf{C}\mathbf{x} \tag{2.3.4}$$

其中

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ \frac{-a_0}{a_n} & \frac{-a_1}{a_n} & \frac{-a_2}{a_n} & \frac{-a_3}{a_n} & \dots & \frac{-a_{n-1}}{a_n} \end{bmatrix} \tag{2.3.5}$$

$$\mathbf{B} = \left[0 \quad 0 \dots \frac{1}{a_n} \right]^T$$

$$\mathbf{C} = [b_0 \quad b_1 \quad b_2 \dots b_m \quad 0 \dots 0]$$

由此让我们来设计把该电路从零状态驱使到零状态的非平凡激励信号。因为状态方程式 (2.3.4) 的解为

$$\mathbf{x}(t) = e^{\mathbf{A}(t-t_0)}\mathbf{x}(t_0) + \int_{t_0}^t e^{\mathbf{A}(t-\tau)}\mathbf{B}u(\tau)d\tau \tag{2.3.6}$$

故当激励信号为阶跃函数

$$\begin{aligned}
 u(\tau) &= \alpha_k \quad kT \leq \tau < (k+1)T \\
 k &= 0, 1, 2, \dots
 \end{aligned} \tag{2.3.7}$$

的组合时, 则有

$$\mathbf{x}[(k+1)T] = e^{\mathbf{A}T}\mathbf{x}(kT) + (e^{\mathbf{A}T} - \mathbf{1})\mathbf{A}^{-1}\mathbf{B}\alpha_k \tag{2.3.8}$$

令

$$\mathbf{U} = (e^{\mathbf{A}T} - \mathbf{1})\mathbf{A}^{-1}\mathbf{B} \tag{2.3.9}$$

$$\text{则有} \quad \mathbf{x}[(k+1)T] = e^{AT} \mathbf{x}(kT) + \mathbf{U} \alpha_k \quad (2.3.10)$$

设电路的初始状态为零, 即 $\mathbf{x}(0) = 0$; 又设 $\alpha_0 = 1$, 则

$$\mathbf{x}[(n+1)T] = [(e^{AT})^n + \alpha_1(e^{AT})^{n-1} + \cdots + \alpha_n \mathbf{1}] \mathbf{U} \quad (2.3.11)$$

适当选择 α_k 的值, 可使上式右侧为 0, 此即驱使电路又回到零状态。注意到 Cayley-Hamilton 定理, 当选 α_k 的值为状态转移矩阵 e^{AT} 的特征多项式的系数时, 式 (2.3.11) 右侧即为零。

设 $\mathbf{A}$ 的各特征值为 $r_1, r_2, r_3 \cdots r_n$, 注意它们都是该电路的极点, 则 e^{AT} 的特征值为 $e^{r_i T}$, $i = 1, 2, \cdots, n$ 。由一元 n 次方程的根与系数的关系, α_i 可表示为

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= - \sum_{i=1}^n e^{r_i T} \\ \alpha_2 &= + \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n e^{(r_i + r_j) T} \\ \alpha_3 &= - \sum_{i=1}^{n-2} \sum_{j=i+1}^{n-1} \sum_{k=j+1}^n e^{(r_i + r_j + r_k) T} \\ &\vdots \\ \alpha_n &= (-1)^n \exp\left(\sum_{i=1}^n r_i T\right) \end{aligned} \quad (2.3.12)$$

这就是把由式 (2.3.3) 描述的电路从零状态驱使到零状态所需的非平凡激励信号参数。由这些参数确定的信号 (式 (2.3.7)) 称作互补信号。 α_i 是 r_i 的函数, 当电路中存在故障时, 极点位置也相应改变, 故信号参数 α_i 也随之改变。因此 α_i 的大小可视作故障征兆。

再考察式 (2.3.5) 的 $\mathbf{C}$ 及式 (2.3.4) 的 $y = \mathbf{C}\mathbf{x}$, 因为其中 $\mathbf{C}$ 表征了网络的零点特征, 因此可以从输出 $y(t)$ 观察其零点位置的变化。为此, 在该互补信号作用下, 输出 $y(t)$ 的零点位置的改变可以作为故障的又一类征兆。

设电路无故障时的互补信号参数为 $\alpha_1, \alpha_2, \cdots, \alpha_n$, 在

该互补信号作用下的响应的零点为 $t_1, t_2, \dots, t_n$; 处于某一故障状态下的互补信号参数为 $\hat{a}_1, \hat{a}_2, \dots, \hat{a}_n$, 在该信号作用下的响应的零点为 $\hat{t}_1, \hat{t}_2, \dots, \hat{t}_n$ 。令 $\Delta a_i = a_i - \hat{a}_i$, $\Delta t_i = t_i - \hat{t}_i$, 则可得故障征兆为

$$\mathbf{Q} \triangleq [\Delta a_1, \Delta a_2 \cdots \Delta a_n, \Delta t_1, \Delta t_2 \cdots \Delta t_n]^T$$

事先对待测电路拟似出其处于各种不同故障状态时的 $\hat{a}_i$ 与 $\hat{t}_i$, 从而可获得征兆 $\mathbf{Q}$, 将它们存储起来就是一部故障字典。

例如, 设图2.3.2所示的Butterworth滤波器中各元件标称值为 $R_1 = 100\Omega$, $L = 141.4\text{H}$, $C = 0.01414\text{F}$, $R_2 = 100\Omega$ 。这样 $V_{\text{出}}/V_{\text{入}}$ 有两个极点, 没有零点。选 $\tau = 0.5\text{s}$, 由式(2.3.12) 可得互补信号参数是 $\alpha_0 = 1$, $\alpha_1 = -1.3188$, $\alpha_2 = 0.493$ 。图中显示出了该互补信号及其作用下的输出电压 $V_{\text{出}}$ (a 指无故障时的, b 指有故障时的(C 值改变-50%))。

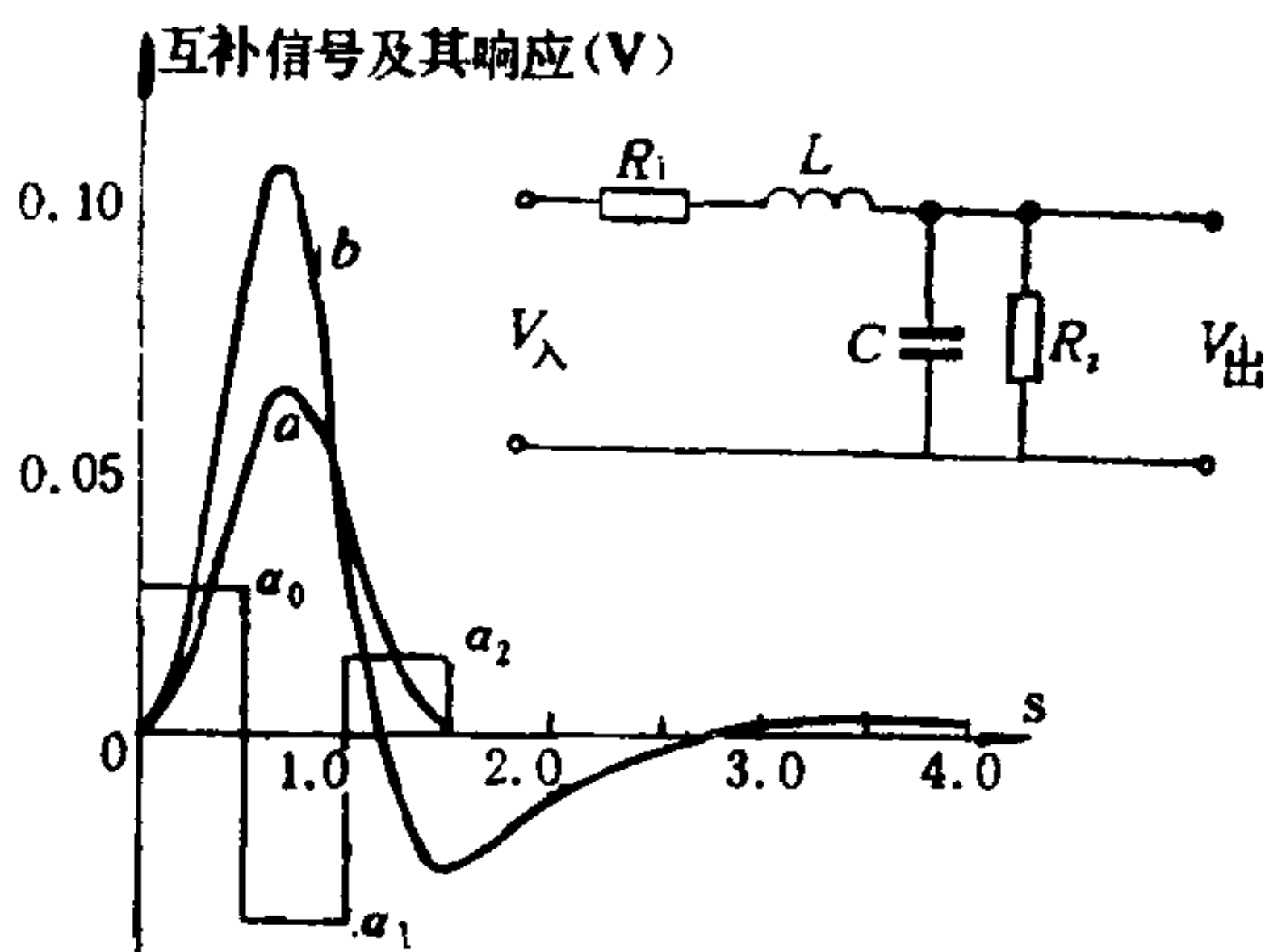


图 2.3.2

以上介绍了诊断线性动态电路中故障的二种时域字典法, 并通过解析分析, 说明了其中故障征兆的含义。事实

上, 时域字典法更有效的应用是非线性动态电路的故障诊断。可以在激励端口上施加不同幅度的激励信号, 如阶跃波等, 在响应端分不同的时刻取得其即时值。这样, 在各种故障状态下拟似出这些即时值后, 原则上就可构成一本时域故障字典。

§2.4 故障的识别与分辨^{[33]~[37]}

这一节将讨论如何依靠故障字典, 根据待测电路在线诊断时所得测试结果来唯一地确定电路处于何种故障状态, 即故障的识别。

在§2.1节中已经提到, 根据在线诊断所得的测试数据, 通常将它们模糊处理并量化后作为征兆, 然后查阅故障字典。此时除有可能直接识别故障外, 也可以把所得征兆对照字典进行交或对称差的运算, 然后将电路中的故障状态逐个区分并加以识别。

交的运算: $\{a, x_1, x_2 \cdots\} \cap \{a, y_1, y_2, y_3 \cdots\} = \{a\}$

对称差的运算: $\{a, x_1, x_2 \cdots x_n\} \triangle \{x_1, x_2 \cdots x_n\} = \{a\}$

在最后识别之前, 这些运算有可能要多次运用或交互运用。

不仅在直流量中 (§2.1), 在频域 (§2.2) 及时域中 (§2.3) 都有可能采用交或对称差的运算处理办法来识别故障。实践证明, 交或对称差的运算处理确实是识别故障的一种重要手段。下面进一步讨论识别故障的一些方法。

(一) 最小距离法

设电路的可测点集为 $M = \{1, 2, \cdots, m\}$, 故障状态集为 $F = \{F_1, F_2, \cdots, F_l\}$, 事先存储的描述某一故障状态 f

的征兆矢量为 $\mu_f = [\mu_{1f} \mu_{2f} \cdots \mu_{mf}]^T$ 。若在线测试结果为 $y = [y_1 y_2 \cdots y_m]^T$ ，当故障征兆矢量 μ_f 及在线测试结果矢量 y 均未作模糊量化处理， y 与某一 μ_f 之间的距离 $d(y, \mu_f)$ 最小时，该故障状态 f 便是可能的故障状态，即 f 应满足

$$d(y, \mu_f) = \min d(y, \mu_i) \quad (2.4.1)$$

式中 d 可取为欧氏距离，即

$$d(y, \mu_f) = \left[\sum_{i=1}^m (y_i - \mu_{if})^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (2.4.2)$$

也可视不同具体情况取其它距离。

(二) 相关函数法

在线测试结果与故障状态 f 的存储数据之间的相关性可用下列相关函数来描述，即

$$Z_f = \sum_{i=1}^m \mu_{if} y_i \quad (2.4.3)$$

因此 Z_f 愈大，说明故障状态 f 与这时电路所处状态的相关程度也愈高。

对于直流域中、频域中以及时域中构造的故障字典，相关函数可分别取为

$$\begin{aligned} Z_f &= \sum_{i=1}^{m_d} (V_i^f - V_i^0)(V_i^m - V_i^0) \\ Z_f &= \sum_{i=1}^{m_f} [H^f(j\omega_i) - H^0(j\omega_i)][H^m(j\omega_i) - H^0(j\omega_i)] \\ Z_f &= \sum_{i=1}^{m_t} (v_i^f - v_i^0)(v_i^m - v_i^0) \end{aligned} \quad (2.4.4)$$

式中， m_d 为直流域中所测节点数， m_f 为频域中测试频率点数， m_t 为时域中测试时间点数；上角注 m 表示在线实测的数据， f 表示故障状态下事先存储的数据， 0 表示正常无故障且

标称情况下存储的拟似数据。凡实测所得数据矢量和某一故障状态 f 的特征矢量两者足以使 Z_f 达到最大值的 f ，便是电路中最可能发生的故障状态。

对于稀疏矩阵故障字典，参照式（2.2.6），对在线测试值也进行量化（即按建立字典的相同过程）如下

$$\overline{H}_i^m = \begin{cases} 1, & \text{当 } H_i^0 - H_i^m > \psi_i \text{ 时} \\ 0, & \text{当 } |H_i^0 - H_i^m| \leq \psi_i \text{ 时} \\ -1, & \text{当 } H_i^0 - H_i^m < -\psi_i \text{ 时} \end{cases} \quad (2.4.5)$$

处理后，存储值与测试值之间的相关函数为

$$d_f \triangleq \sum_{i \in M} d_{if} \overline{H}_i^m \quad (2.4.6)$$

若遇 $\overline{H}_i^m$ 为零而 d_{if} 不为零的情况，则可令

$$d_f'' \triangleq \sum_{i \in M} |d_{if}| (1 - |\overline{H}_i^m|) \quad (2.4.7)$$

这样，所得的

$$d_i^* = \begin{cases} (\text{sign } d_f) [|d_f| - d_f''], & \text{当 } |d_f| > d_f'' \text{ 时} \\ 0, & \text{当 } |d_f| \leq d_f'' \text{ 时} \end{cases} \quad (2.4.8)$$

可以表示在线测试结果为 H_i^m 时，电路所处状态与故障状态 f 之间的相关性。

（三）匹配法

此法非常简单。若故障字典中每一故障之特征各用一条轨迹曲线表示，则其中必有某一条轨迹曲线与在线测试所得的输出响应最靠近，在简单情况下凭肉眼就可识别。该曲线所代表的故障便是最可能的故障。事实上这与最小距离法识别基本上是相同的。

本节最后讨论一组测量对故障的分辨能力。

故障能否识别，取决于某测量对不同故障的分辨能力。

第 i 次测试的分辨能力可用下式定义

$$D_i \triangleq \left[\sum_{f=1}^{n_f-1} (d_{i,f} - d_{i,\bar{f}})^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (\bar{f} \neq f) \quad (2.4.9)$$

式中 n_f 为故障状态总数， $\bar{f}$ 为不同于故障状态 f 的另外的故障状态。这是根据字典矩阵中元素 $d_{i,f}$ 而计算得到的距离量度，它可作为每一测量在区分不同故障状态时的作用估计。由全部测试获得的区分故障状态 f_1 及 f_2 的总分辨能力可写成

$$D_{f_1, f_2} = \left[\sum_{i=1}^m (d_{i,f_1} - d_{i,f_2})^2 \right]^{\frac{1}{2}} \\ \forall f_1, f_2 \in F, f_1 \neq f_2 \quad (2.4.10)$$

式中 m 表示一组测试的测试总数。

§2.5 故障拟似方法^{[38]~[41]}

在§2.1~2.3节中已经讲到，建立故障字典时，需要对待测电路进行多次拟似。若用一般的拟似方法，将耗费大量工时。考虑到诊断场合下该拟似问题的特殊性，就可开发一些有效的拟似算法。因为字典法考虑的通常是单故障，故当待测电路处于故障状态时，其大部分元件参数都没有发生变化。因此如果能利用电路无故障时的拟似结果，则可减少故障状态下的拟似工作量，从而更能有效地建立故障字典。本节介绍两种有效的故障拟似算法。

(一) 利用Householder公式的故障拟似法^[251]

对一线性待测电路，其标称状态下的节点电压方程可表示为

$$\mathbf{Y}_n \mathbf{V}^n = \mathbf{I}^n \quad (2.5.1)$$

当电路处于某故障状态时，设 $\mathbf{Y}_n \rightarrow \mathbf{Y}_n + \Delta \mathbf{Y}_n$ ， $\mathbf{V}^n \rightarrow \mathbf{V}^n + \Delta \mathbf{V}^n$ ，

激励电流源 I^n 维持不变, 则有

$$(Y_n + \Delta Y_n)(V^n + \Delta V^n) = I^n \quad (2.5.2)$$

由式 (2.5.1)、(2.5.2) 可得

$$\Delta V^n = [(Y_n + \Delta Y_n)^{-1} - Y_n^{-1}] I^n \quad (2.5.3)$$

在单故障场合, 设故障元件为一受控电流源, 主控支路所关联的节点是 l_1 、 l_2 , 受控支路所关联的节点为 k_1 、 k_2 , 则 ΔY_n 可表示为

$$\Delta Y_n = a_f \Delta y_f \bar{a}_f^T \quad (2.5.4)$$

式中

$$\bar{a}_f = \begin{matrix} k_1 & k_2 & & l_1 & l_2 \\ [0 \cdots 1 \cdots -1 \cdots 0]^T, & a_f = [0 \cdots 1 \cdots -1 \cdots 0]^T \end{matrix}$$

(假设 l_1 , l_2 , k_1 , k_2 均为非参考节点)

Δy_f 是故障元件参数与标称值的偏离。

由Householder公式, 有

$$\begin{aligned} (Y_n + \Delta Y_n)^{-1} &= (Y_n + a_f \Delta y_f \bar{a}_f^T)^{-1} \\ &= Y_n^{-1} - \frac{\Delta y_f Y_n^{-1} a_f \bar{a}_f^T}{1 + \Delta y_f \bar{a}_f^T Y_n^{-1} a_f} \end{aligned} \quad (2.5.5)$$

于是

$$\Delta V^n = - \frac{\Delta y_f Y_n^{-1} a_f \bar{a}_f^T}{1 + \Delta y_f \bar{a}_f^T Y_n^{-1} a_f} I^n \quad (2.5.6)$$

由于 Y_n 的逆已在拟似故障电路时求得, 因此, 由式 (2.5.6) 可见, 在拟似 Δy_f 的故障时, 只需进行矩阵与矢量的乘法运算就可得到拟似结果 $V^n + \Delta V^n$, 而不必求逆。显然这较直接拟似故障电路大大减少了计算量。

利用 Householder 公式也可进行多故障的拟似。设待测

电路中有 n_f 个元件发生故障，则可将 ΔY_n 表示为

$$\Delta Y_n = A_f \Delta Y_f \bar{A}_f^T \quad (2.5.7)$$

式中

$$A_f = [a_1 \ a_2 \ \cdots \ a_{n_f}]$$

$$\bar{A}_f = [\bar{a}_1 \ \bar{a}_2 \ \cdots \ \bar{a}_{n_f}]$$

$$\Delta Y_f = \text{diag}\{\Delta y_{i_1} \ \Delta y_{i_2} \ \cdots \ \Delta y_{i_{n_f}}\} \quad (2.5.8)$$

此时的Householder公式可表示为

$$\begin{aligned} (Y_n + \Delta Y_n)^{-1} &= (Y_n + A_f \Delta Y_f \bar{A}_f^T)^{-1} \\ &= Y_n^{-1} - Y_n^{-1} A_f [\Delta Y_f^{-1} \\ &\quad + \bar{A}_f^T Y_n^{-1} A_f]^{-1} \bar{A}_f^T \end{aligned} \quad (2.5.9)$$

因此有

$$\Delta V^n = -Y_n^{-1} A_f [\Delta Y_f^{-1} + \bar{A}_f^T Y_n^{-1} A_f]^{-1} \bar{A}_f^T V^n \quad (2.5.10)$$

这时我们需对一个 $n_f \times n_f$ 阶的矩阵求逆。由于 n_f 远小于电路节点总数，因此所节省的计算量还是十分可观的。

(二) 故障开关法^[39]

再介绍一种利用故障开关概念，借助多端口网络理论进行非线性电路的直流故障拟似的方法。

由于一个元件的各种不同故障都可以看作是該元件与一些开关的串联或并联，开路故障相当于串联的一个开关处于开路状态，如图2.5.1(a)所示。短路故障可以看作是与该元件并联的一个开关处于短路状态，如图2.5.1(b)所示。软故障则可用图2.5.1(c)所示的开关来表示。当开关闭合时，即是元件从 $R = R_1 + R_2$ 变到 R_2 的状态。这些表示元件故障状态的开关称为故障开关。

为了使下面讨论的方法适用于非线性电路，我们假设网络中包含一些理想二极管，因为任一非线性电阻通过分段线

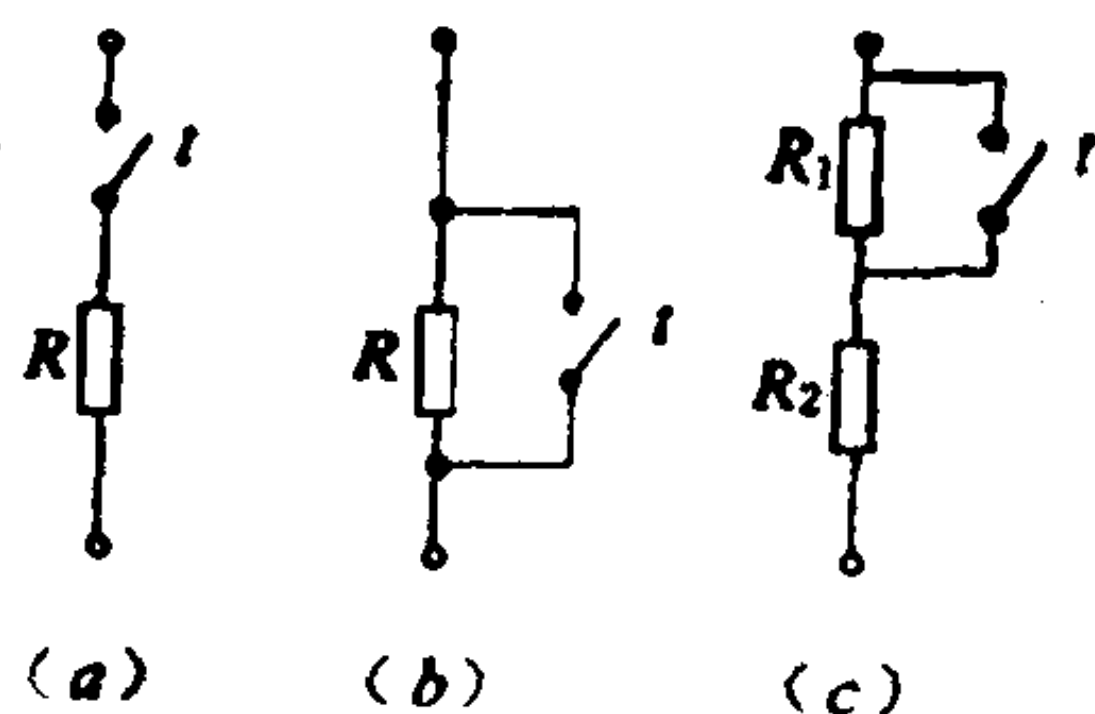


图 2.5.1

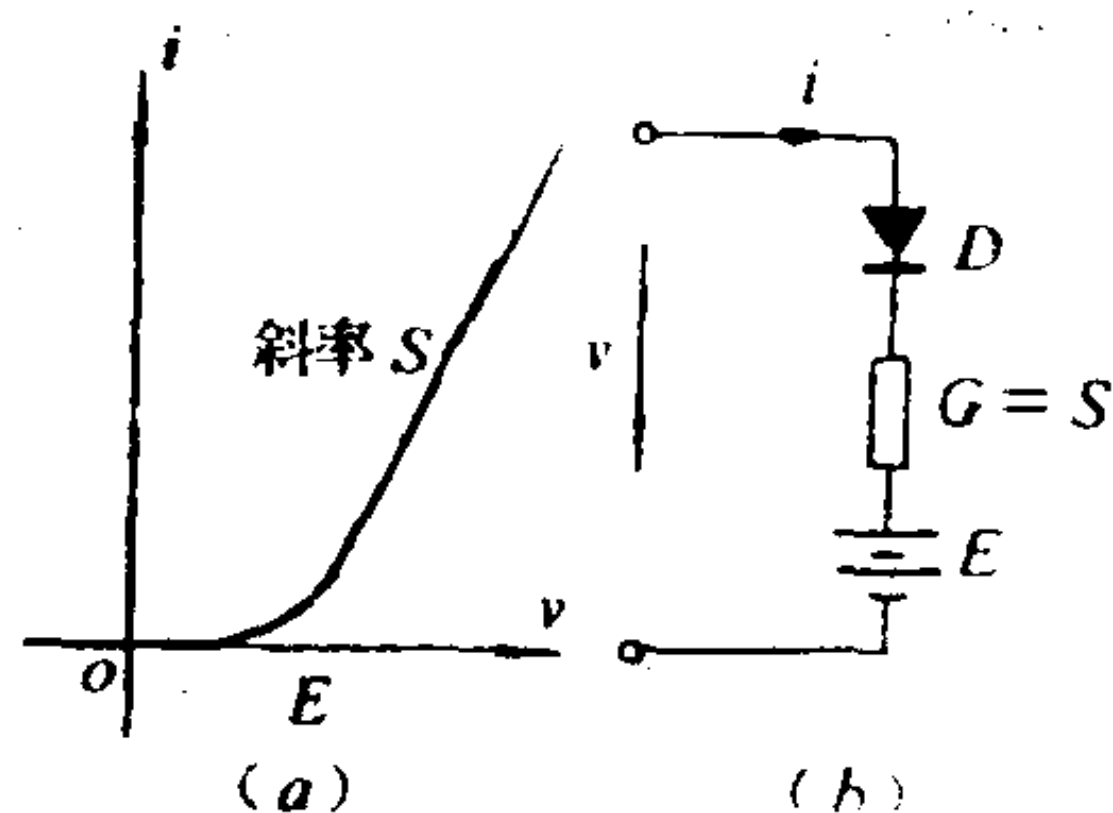


图 2.5.2

性化后可用线性电阻、独立源及理想二极管来等效。

例如，在图2.5.2(a)中，一个实际二极管的伏安特性可用该图中所示的折线特性近似地表示。这个折线特性就可用图2.5.2(b)所示的由理想二极管、电导 G 及直流电压源 E 串联构成的基本电路等效。

那末，任何一个单端口非线性电阻特性，例如图2.5.3(a)所示的曲线特性，当它由该图中三段折线特性描述时，则有

$$\begin{aligned} i &= S_1(v - E_1), \text{ 当 } E_1 < v < V_{12} \text{ 时} \\ i &= S_2(v - E_2), \text{ 当 } V_{12} < v < V_{23} \text{ 时} \\ i &= S_3(v - E_3), \text{ 当 } V_{23} < v \text{ 时} \end{aligned} \quad (2.5.11)$$

式中 V_{12} 、 V_{23} 都是相邻两折线的交点的横坐标，均可由相邻两折线的直线方程联立求解而获得。因为当 $v = V_{12}$ 时，由上式可得

$$S_1(V_{12} - E_1) = S_2(V_{12} - E_2)$$

因此有

$$V_{12} = \frac{E_1 S_1 - E_2 S_2}{S_1 - S_2}$$

类似地有

$$V_{23} = \frac{E_2 S_2 - E_3 S_3}{S_2 - S_3}$$

不难推论，当用多段折线特性逼近一条曲线特性时，可有

$$V_{i(i+1)} = \frac{E_i S_i - E_{i+1} S_{i+1}}{S_i - S_{i+1}} \quad (2.5.12)$$

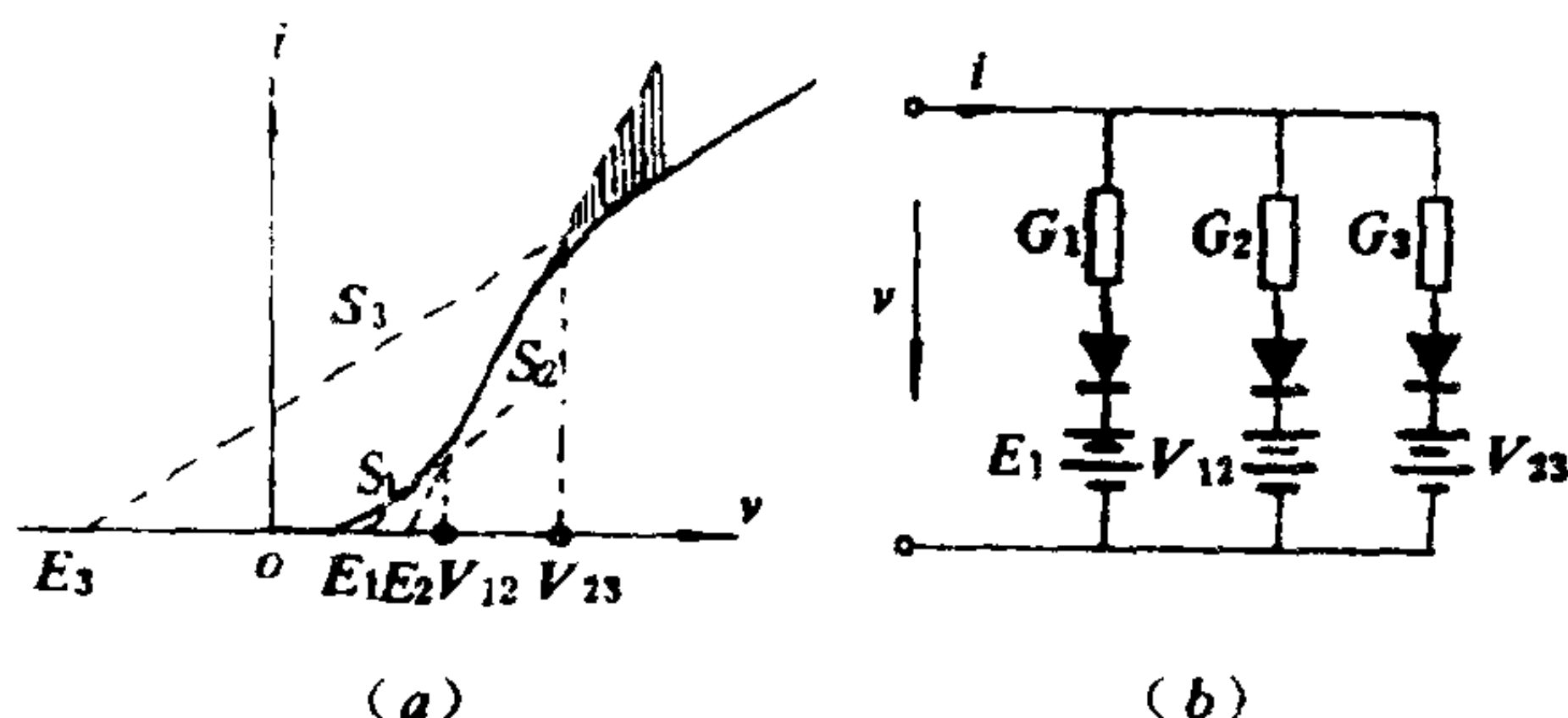


图 2.5.3

这说明，一旦各折线的斜率 S_i 及截距 E_i 已知，则 $V_{i(i+1)}$ 也是已知值。对于电压控制的非线伏安特性来说，图(a)中 $E_1 < V_{12} < V_{23} \dots$ ，因此可有等效电路如图2.5.3(b)所示。图中电导值分别为

$$G_1 = S_1, G_2 = S_2 - S_1, G_3 = S_3 - S_2 \quad (2.5.13)$$

这可由图2.5.3(a)中的阴影线看出。也可用下式验证：例如当 $v > V_{23}$ 时，图2.5.3(b)中的三个理想二极管均导通，故有

$$i = G_1(v - E_1) + G_2(v - V_{12}) + G_3(v - V_{23})$$

把式(2.5.13)的各 G 值代入，上式便等于 $S_3(v - E_3)$ 。

当用多段折线特性逼近时，不难得出

$$G_{i+1} = S_{i+1} - S_i \quad (2.5.14)$$

对于一般放大用晶体管，其输入特性及输出特性用折线表示时，大致如图2.5.4(a)所示，故可得其等效电路大致如

图 2.5.4(b) 所示。图中各符号，除 β 指电流放大倍数 ($\beta = \Delta i_c / \Delta i_b$) 外，皆可从图 2.5.4(a) 中得知。

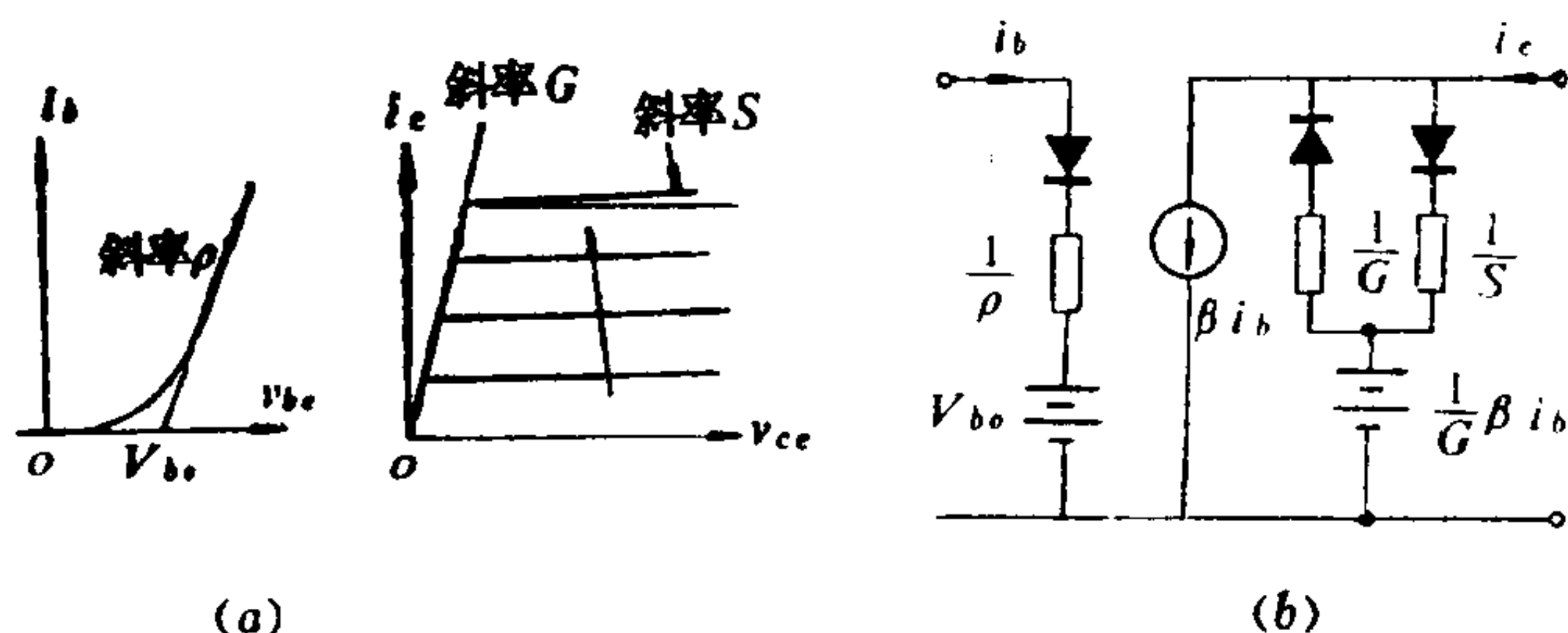


图 2.5.4

设待测网络中有 n_d 个理想二极管， m 个电压可测端口，再假定该待测网络中的各种故障状态可用 n_F 个故障开关来表示。现抽出该待测网络中的故障开关、理想二极管、电压可测端口，则可得一个 $(n_F + m + n_d)$ 端口网络，如图 2.5.5 所示。这样，该网络内部只有线性电阻、受控源及独立源。

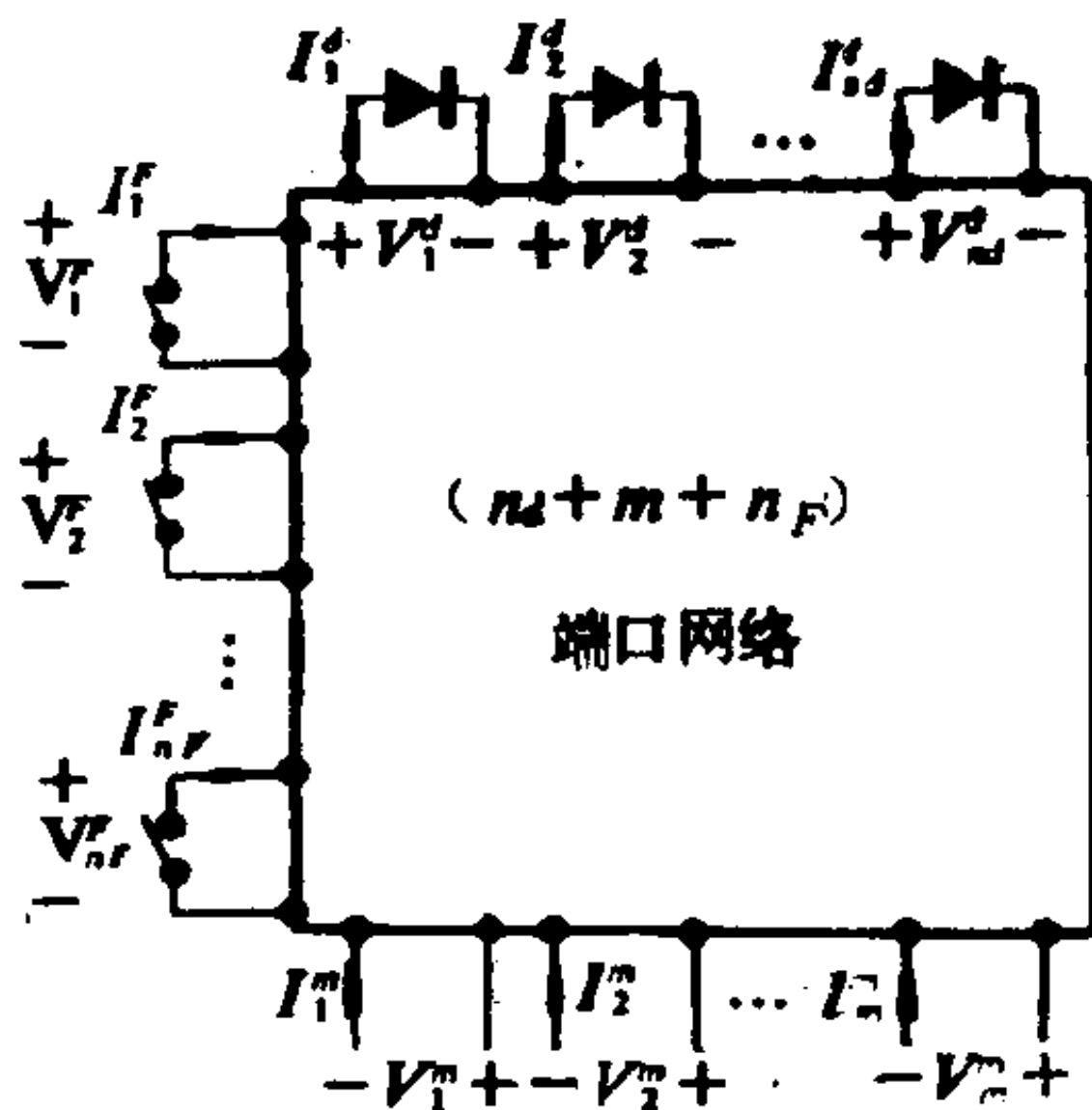


图 2.5.5

对于 n_F 个故障开关，可以有 2^{n_F} 个不同的状态。这 2^{n_F} 个状态中除一个状态表示网络的无故障状态外，其余 $2^{n_F} - 1$ 个可以用来表示不同的网络故障状态。用“0”表示处于开断状态的开关，“S”表示处于闭合状态的开关，设与开关端口对

应的电压及电流为 $\mathbf{V}^F$ 、 $\mathbf{I}^F$ ，注意这 2^{n_F} 个电流、电压变量中有 n_F 个值为零。将 $\mathbf{V}^F$ 、 $\mathbf{I}^F$ 分为“S”及“0”两部分，它们分别对应处于闭合状态及开断状态，则

$$\mathbf{V}^F = \begin{bmatrix} \mathbf{V}^{F0} \\ \mathbf{V}^{FS} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{V}^{F0} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{I}^F = \begin{bmatrix} \mathbf{I}^{F0} \\ \mathbf{I}^{FS} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{I}^{FS} \end{bmatrix} \quad (2.5.15)$$

先讨论网络无故障时的拟似，设无故障时的开关电压、电流用下角注 N 表示，并令

$$\mathbf{V}_N^F = \begin{bmatrix} \mathbf{V}_N^{F0} \\ \mathbf{V}_N^{FS} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{V}_N^{F0} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{I}_N^F = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_N^{F0} \\ \mathbf{I}_N^{FS} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{I}_N^{FS} \end{bmatrix} \quad (2.5.16)$$

由多端口网络理论知，对图 2.5.5 所示的 $(m + n_F + n_d)$ 端口网络，可得如下的混合方程

$$\begin{bmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{H}_{F4} & \mathbf{H}_{F5} & \mathbf{H}_{F6} \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{H}_{m4} & \mathbf{H}_{m5} & \mathbf{H}_{m6} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{H}_{d4} & \mathbf{H}_{d5} & \mathbf{H}_{d6} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_N \\ \mathbf{V}^m \\ \mathbf{I}^d \\ \overline{\mathbf{Q}}_N \\ \mathbf{I}^m \\ \mathbf{V}^d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{J}^F \\ \mathbf{J}^m \\ \mathbf{J}^d \end{bmatrix} \quad (2.5.17)$$

其中

$$\mathbf{Q}_N \triangleq \begin{bmatrix} \mathbf{V}_N^{F0} \\ \mathbf{I}_N^{FS} \end{bmatrix}, \quad \overline{\mathbf{Q}}_N \triangleq \begin{bmatrix} \mathbf{I}_N^{F0} \\ \mathbf{V}_N^{FS} \end{bmatrix} = \mathbf{0} \quad (2.5.18)$$

此外， $\mathbf{I}^m$ 、 $\mathbf{V}^m$ 、 $\mathbf{I}^d$ 、 $\mathbf{V}^d$ 分别表示电压可测端口及二极管端口的电压和电流， $\mathbf{J}^F$ 、 $\mathbf{J}^m$ 、 $\mathbf{J}^d$ 是端口内独立源所引入的项。由于 $\mathbf{I}^m = \mathbf{0}$ ， $\mathbf{I}_N^{F0} = \mathbf{V}_N^{FS} = \mathbf{0}$ ，因此 $\overline{\mathbf{Q}}_N = \mathbf{0}$ ，这样在网络无故障时，可得

$$\begin{bmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{H}_{m6} \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{H}_{d6} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{V}^m \\ \mathbf{I}^d \\ \mathbf{V}^d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{J}^m \\ \mathbf{J}^d \end{bmatrix} \quad (2.5.19)$$

这里我们放弃了式 (2.5.17) 中的第一个方程，因为我们关心的是 $\mathbf{V}^m$ 。由式 (2.5.19) 有

$$\begin{aligned}\mathbf{V}^m &= -\mathbf{H}_{m6}\mathbf{V}^d + \mathbf{J}^m \\ \mathbf{I}^d &= -\mathbf{H}_{d6}\mathbf{V}^d + \mathbf{J}^d\end{aligned}\quad (2.5.20)$$

对于理想二极管的电流与电压，尚有如下约束关系：即导通时， $I_i^d \geq 0$ ， $V_i^d = 0$ ；截止时， $V_i^d \leq 0$ ， $I_i^d = 0$ 。因此，不论二极管导通或不导通，均有

$$V_i^d I_i^d = 0 \quad (i = 1, 2, \dots, n_d) \quad (2.5.21)$$

式 (2.5.20) 及 (2.5.21) 构成了一个互补 (Complementary) 问题，可以用Lemke的互补主元算法先求出 $\mathbf{V}^d$ ，再求得 $\mathbf{V}^m$ 。

下面讨论当网络处于某一故障状态下时拟似 $\mathbf{V}^m$ 的方法。由故障开关的概念可知，这时的故障状态可用 n_F 个开关的某一状态来表示，该状态与网络无故障的开关状态的区别仅是对应的故障元件的开关发生了改变。设这时开关端口的电压、电流分别为 $\mathbf{V}_F^{FS}$ 、 $\mathbf{V}_F^{F0}$ 、 $\mathbf{I}_F^{FS}$ 、 $\mathbf{I}_F^{F0}$ ，则对该多端口网络有

$$\begin{bmatrix} \mathbf{H}_{F1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{H}'_{F4} & \mathbf{H}_{F5} & \mathbf{H}_{F6} \\ \mathbf{H}_{m1} & \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{H}'_{m4} & \mathbf{H}_{m5} & \mathbf{H}_{m6} \\ \mathbf{H}_{d1} & \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{H}'_{d4} & \mathbf{H}_{d5} & \mathbf{H}_{d6} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_F \\ \mathbf{V}^m \\ \mathbf{I}^d \\ \overline{\mathbf{Q}}_F \\ \mathbf{I}^m \\ \mathbf{V}^d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{J}^F \\ \mathbf{J}^m \\ \mathbf{J}^d \end{bmatrix} \quad (2.5.22)$$

这里

$$\mathbf{Q}_F \triangleq \begin{bmatrix} \mathbf{V}_F^{F0} \\ \mathbf{I}_F^{FS} \end{bmatrix}, \quad \overline{\mathbf{Q}}_F \triangleq \begin{bmatrix} \mathbf{I}_F^{F0} \\ \mathbf{V}_F^{FS} \end{bmatrix} = \mathbf{0} \quad (2.5.23)$$

显然， $\mathbf{Q}_F$ 及 $\overline{\mathbf{Q}}_F$ 不同于 $\mathbf{Q}_N$ 及 $\overline{\mathbf{Q}}_N$ ，主要是其中相应的故障

开关发生了变化。因此式 (2.5.22) 可由式 (2.5.17) 交换 $\mathbf{Q}_N$ 及 $\overline{\mathbf{Q}}_N$ 中的对应列而获得。又因为 $\overline{\mathbf{Q}}_F = 0$, $\mathbf{I}^m = 0$, 故得

$$\begin{bmatrix} \mathbf{H}_{F1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{H}_{F6} \\ \mathbf{H}_{m1} & \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{H}_{m6} \\ \mathbf{H}_{d1} & \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{H}_{d6} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_F \\ \mathbf{V}^m \\ \mathbf{I}^d \\ \mathbf{V}^d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{J}^F \\ \mathbf{J}^m \\ \mathbf{J}^d \end{bmatrix} \quad (2.5.24)$$

在上式中消去 $\mathbf{Q}_F$, 得到

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{V}^m &= (\mathbf{H}_{m1} \mathbf{H}_{F1}^{-1} \mathbf{H}_{F6} - \mathbf{H}_{m6}) \mathbf{V}^d + (\mathbf{J}^m - \mathbf{H}_{m1} \mathbf{H}_{F1}^{-1} \mathbf{J}^F) \\ \mathbf{I}^d &= (\mathbf{H}_{d1} \mathbf{H}_{F1}^{-1} \mathbf{H}_{F6} - \mathbf{H}_{d6}) \mathbf{V}^d + (\mathbf{J}^d - \mathbf{H}_{d1} \mathbf{H}_{F1}^{-1} \mathbf{J}^F) \end{aligned} \right\} (2.5.25)$$

结合理想二极管的约束方程式 (2.5.21)

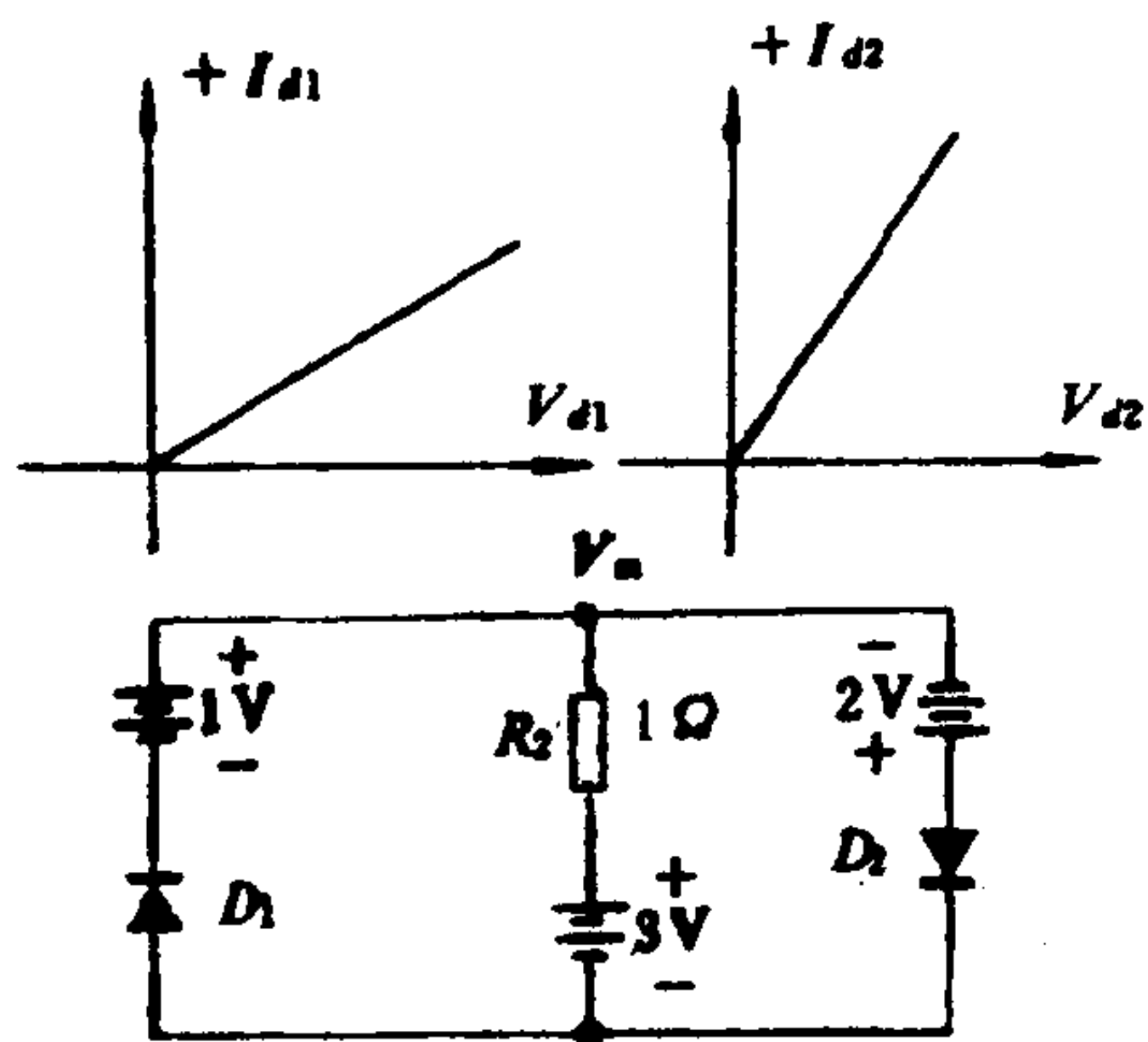
$$\mathbf{V}_i^d \mathbf{I}_i^d = 0, \quad i = 1, 2, \dots, n_d$$

便可按与无故障拟似时的相同方法解出 $\mathbf{V}^m$ 。

对于不同的故障, 只需在式 (2.5.17) 中交换某些列, 就可得到式 (2.5.22) 的方程, 由该方程导出式 (2.5.25), 再由 Lemke 互补主元算法就可拟似出故障状态下的可测端口电压 $\mathbf{V}^m$ 。由前面的讨论可以看出, 方程式 (2.5.22) 中系数矩阵的第五列并不起什么作用, 因此建立方程时事实上不需列出这一部分。

显然, 按本法进行故障拟似所需的工作量较直接法所需的工作量大大减少了。若在拟似各种故障状态时, 按这样的次序进行, 使得这次拟似的故障与上一次拟似的故障仅有一个故障开关的状态不同, 则这次的拟似结果可十分迅速地由上一次的拟似结果获得, 这使故障拟似变得更加经济、迅速。

例如, 设在图 2.5.6 所示的电路中发生这样四种情况: D_1 理想化 (F_1), D_1 开路 (F_2), R_2 开路 (F_3), R_2 从 1Ω 变为 0.5Ω (F_4)。我们用四个开关来表示这四种情况, 如图



D_1 及 D_2 的正向等效电阻分别为 2Ω 及 1Ω 。

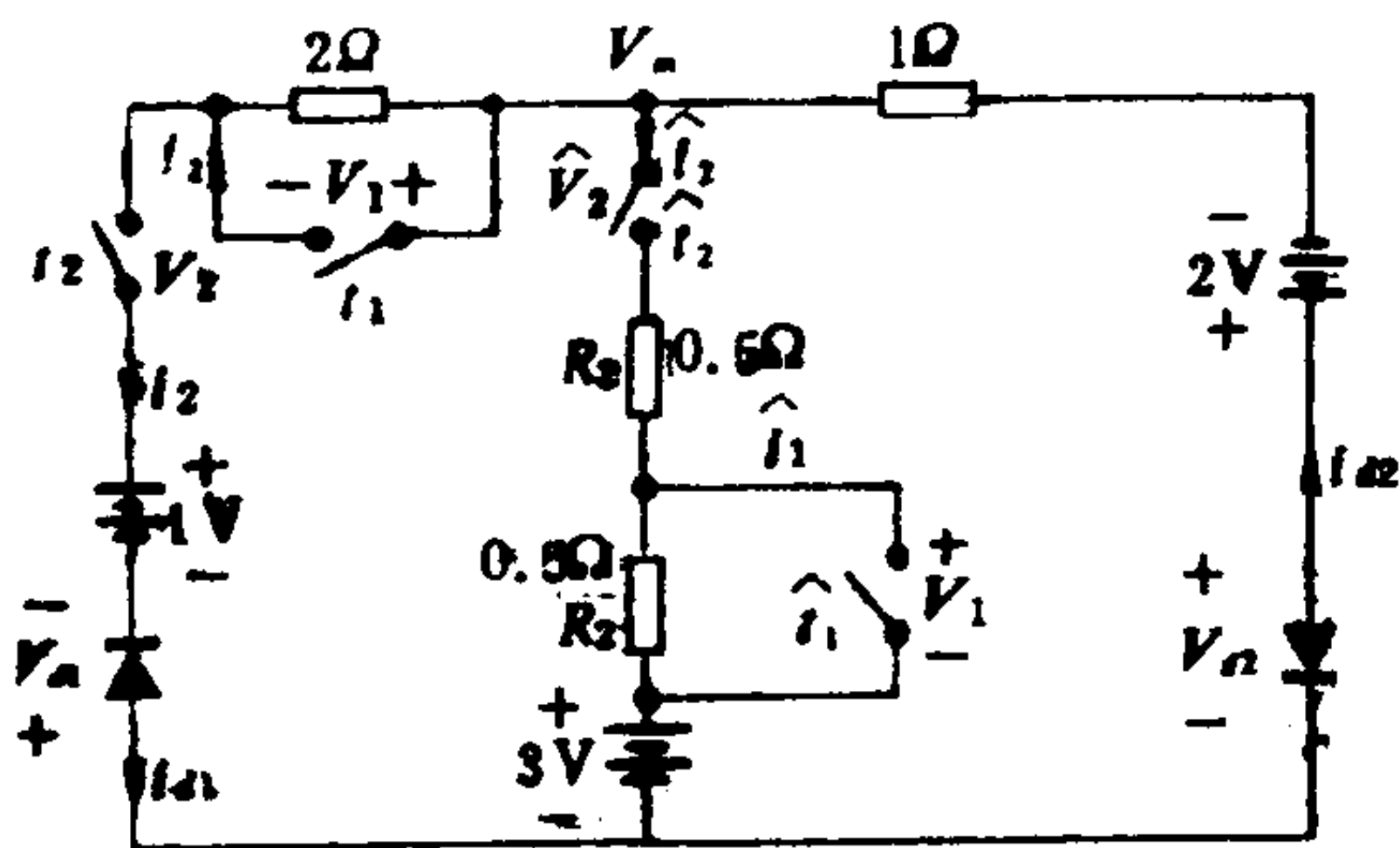


图 2.5.6

2.5.6所示。设可测节点电压为 V_m 。抽出图中的四个故障开关、2个理想二极管及一个可测端电压,便形成一个七端口等效电路,对该七端口由式 (2.5.17) 不难写出其方程。由于原情况时,根据KCL及KVL定律及式 (2.5.1),可求得

$$\begin{aligned} i_1 &= 0, \quad i_2 = -0.2, \quad \hat{i}_1 = 0, \quad \hat{i}_2 = -2.4 \\ V_1 &= -0.4, \quad V_2 = 0, \quad \hat{V}_1 = -1.2, \quad \hat{V}_2 = 0 \end{aligned}$$

此外

$$V_m = 0.6, \quad i_{d1} = -0.2, \quad i_{d2} = -2.6, \quad i_m = V_{d1} = V_{d2} = 0$$

因此该七端口的电路方程形如下式

$$\begin{aligned}
 & \begin{bmatrix} 1 & -0.35 & 0.3 & 0.2 & 0.1 & -0.2 & 0.1 & -0.2 \\ 1 & 0.3 & 0.6 & 0.4 & 0.2 & 1.6 & 0.2 & -0.4 \\ 1 & -0.2 & -0.4 & 0.4 & -0.8 & -0.4 & -0.8 & -0.4 \\ 1 & -0.1 & -0.2 & -0.8 & -0.4 & -0.2 & -0.4 & -0.2 \\ 1 & -0.2 & -0.4 & 0.4 & 0.2 & -0.4 & 0.2 & -0.4 \\ 1 & -0.1 & -0.2 & -0.8 & -0.4 & -0.2 & -0.4 & -0.2 \\ 1 & 0.2 & 0.4 & -0.4 & -0.2 & 0.4 & -0.2 & -0.6 \end{bmatrix} \\
 & \times [\hat{V}_1 \quad \hat{i}_2 \quad V_1 \quad i_2 \quad V_m \quad i_{d1} \quad i_{d2} \quad \hat{i}_1 \quad \hat{V}_2 \quad i_1 \quad V_2 \quad i_m \quad V_{d1} \quad V_{d2}]^T \\
 & = [-1.2 \quad -2.4 \quad -0.4 \quad -0.2 \quad 0.6 \quad -0.2 \quad -2.6]^T \\
 & \quad \quad \quad (2.5.26)
 \end{aligned}$$

这里

$$\mathbf{Q}_N = \begin{bmatrix} \hat{V}_1 \\ \hat{i}_2 \\ V_1 \\ i_2 \end{bmatrix}, \quad \overline{\mathbf{Q}}_N = \begin{bmatrix} \hat{i}_1 \\ \hat{V}_2 \\ i_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = 0 \quad (2.5.27)$$

对情况 F_1 来说, 相应的开关状态为 t_1 、 t_2 及 $\hat{t}_2$ 闭合, $\hat{t}_1$ 开断。因此, $V_1=0$, $V_2=0$, $\hat{V}_2=0$, $\hat{i}_1=0$ 。为此, 参照式(2.5.23)可令

$$\mathbf{Q}_F \triangleq \begin{bmatrix} \hat{V}_1 \\ \hat{i}_2 \\ i_1 \\ i_2 \end{bmatrix}, \quad \overline{\mathbf{Q}}_F \triangleq \begin{bmatrix} \hat{i}_1 \\ \hat{V}_2 \\ V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = 0 \quad (2.5.28)$$

考虑到仍然有 $i_m=0$, 因此在式(2.5.26)中可先将其中第8、9、3、11 (指 $\overline{\mathbf{Q}}_F$)及第12 (指 i_m)各列删去。又因为我

们欲求解的仅是 V_m 的拟似值，不必要求解出电路中所有的电压及电流数据，由此可对 $\hat{V}_1$ 及 $\hat{i}_2$ 暂不求解，于是式 (2.5.26) 中第1、2两行及1、2两列又可删去。经过删节后，将式 (2.5.26) 中相应于 i_1 的第10列调换至最前面，可得下式

$$\begin{bmatrix} 0.4 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.8 & -0.4 \\ -0.8 & 1 & 0 & 0 & 0 & -0.4 & -0.2 \\ 0.4 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0.2 & -0.4 \\ -0.8 & 0 & 0 & 1 & 0 & -0.4 & -0.2 \\ -0.4 & 0 & 0 & 0 & 1 & -0.2 & -0.6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ V_m \\ i_{d1} \\ i_{d2} \\ V_{d1} \\ V_{d2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.4 \\ -0.2 \\ 0.6 \\ -0.2 \\ -2.6 \end{bmatrix}$$

注意上式中的第一列就是式 (2.5.26) 中第 10 列的下面 5 行。将上式进行初等变换，可得

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ V_m \\ i_{d1} \\ i_{d2} \\ V_{d1} \\ V_{d2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ 1 \\ -1 \\ -3 \end{bmatrix} \quad (2.5.29)$$

再消去 i_1 、 i_2 得

$$\begin{bmatrix} i_{d1} \\ i_{d2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{d1} \\ V_{d2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 \\ -3 \end{bmatrix} \quad (2.5.30)$$

由理想二极管的约束方程可知

$$i_{d1}V_{d1} = 0, \quad i_{d2}V_{d2} = 0 \quad (2.5.31)$$

式 (2.5.30)、(2.5.31) 即构成一个互补问题，由 Lemke 互补主元算法可解得 $i_{d1} = -1A$ ， $i_{d2} = -3A$ ， $V_{d1} = 0$ ，

$V_{d2} = 0$ ，于是由式(2.5.29)即可得到 $V_m = -V_{d1} + 1 = -0 + 1 = 1\text{V}$ 。

其余各种故障状态下的 V_m 也可用上述方法类似地求得。

有必要指出，求解式(2.5.30)及式(2.5.31)所构成的互补问题时， $i_{d1} = 2\text{A}$ ， $i_{d2} = 0$ ， $V_{d1} = 0$ ， $V_{d2} = 3\text{V}$ 也是一解，但此解不符合图2.5.6中电路的实际要求，因此不采用（尽管此时的 V_m 也为 $-V_{d1} + 1 = -0 + 1 = 1\text{V}$ ）。

习 题

2.1 根据电路原理，说明如何能将图2.1.1所示视频放大器电路中的十及十二两种故障状态（Q6BES及Q6BO）区分开来。

2.2 设图2.1.1的电路中存在Q1CES故障，今按§2.1中所述的诊断范围而编制的字典进行检测时，可能会判断为20种故障中的哪一种。

2.3 试用§2.1中所述直流域中的故障诊断原理，对图2.0.1的恒流源电路编写故障诊断字典。诊断范围包括16个晶体管的CES、BCS、BES及BO，共 $16 \times 4 = 64$ 种。激励源为 V_{in} ，其幅度和极向自选，测试点也自选。

2.4 设图2.2.1所示电路中各元件的标称值为 $R_1 = 1\text{M}\Omega$ ， $R_2 = 2\text{M}\Omega$ ， $R_3 = 3\text{M}\Omega$ ， $R_4 = 4\text{M}\Omega$ ， $C_1 = 0.001\mu\text{F}$ ， $C_2 = 0.002\mu\text{F}$ ， $C_3 = 0.003\mu\text{F}$ 。试用Seshu Waxman法、双线性变换法及稀疏矩阵字典法分别建立其故障字典。

2.5 当图2.3.2中所示的滤波器不存在故障时，试证明其互补信号参数为 $\alpha_0 = 1$ ， $\alpha_1 = -1.3188$ ， $\alpha_2 = 0.493$ 。当

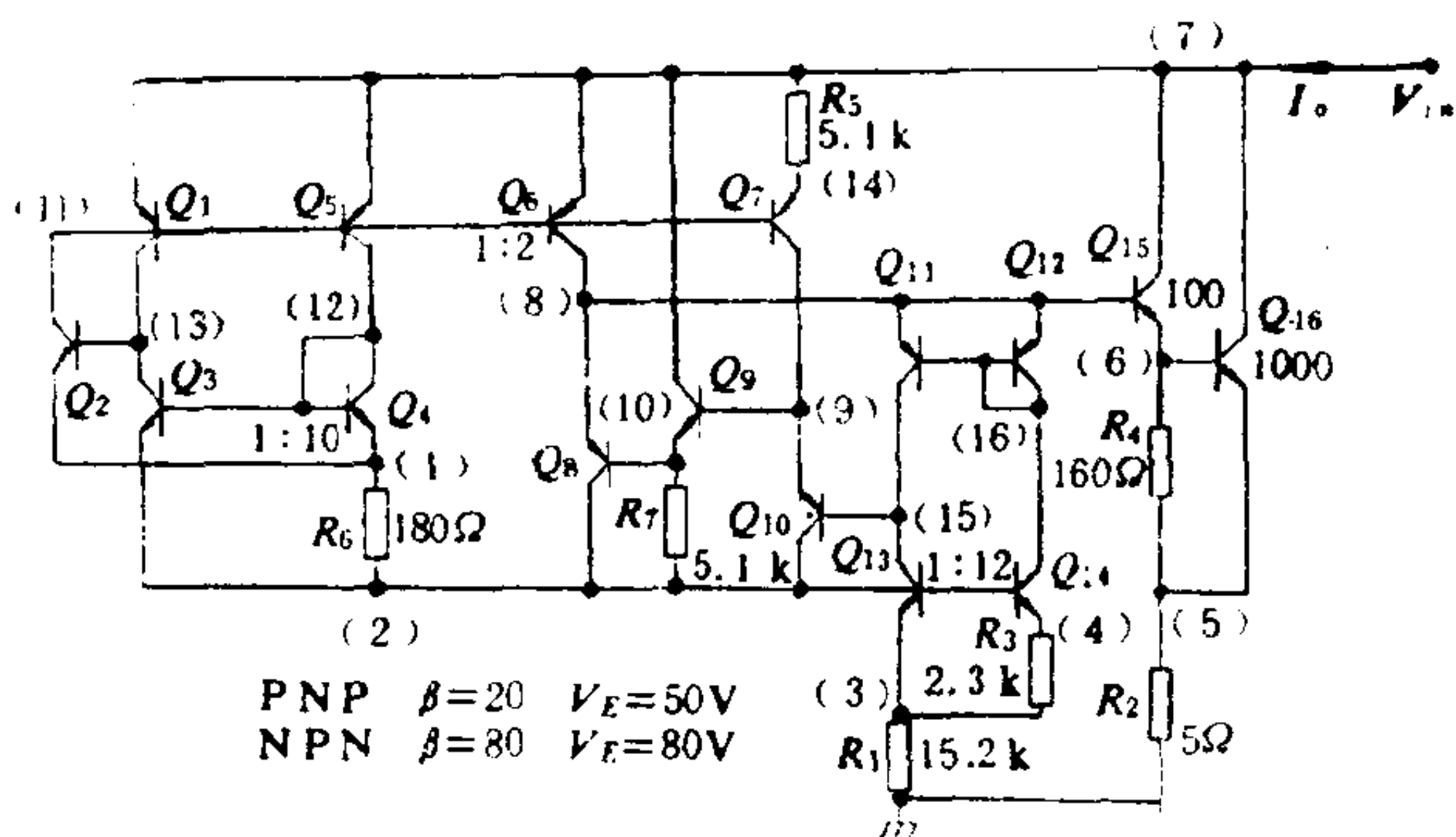


图 2.0.1

R_1 有故障而其值变成 500Ω 时，试求所需的互补信号参数。

2.6 对图 2.5.6 所示的电路，试求其余三种故障的 V_m 值。三种故障为 $F2$ (D_1 开路)、 $F3$ (R_2 开路)、 $F4$ (R_2 降为 0.5Ω)。

2.7 在图2.5.6所示的电路中，令标称值为 $R_1=1\Omega$ ， $R_2=2\Omega$ ， $R_3=3\Omega$ ，其中串联电压源相应地分别为 $1V$ 、 $-2V$ 及 $-3V$ ，试再按例题要求进行计算及验证。

第三章 元件参数解法

在上一章讲述的故障字典法中,网络的外部特性与元件参数之间的关系是用字典形式来表示的,诊断时就根据这个字典形式的函数关系来确定网络的故障。这是在未深入或没有条件深入认识网络响应与元件参数之间关系的情况下不得不采取的诊断措施。事实上,响应与元件参数之间的关系在很多场合下是完全有可能用解析函数来表达的。给定了网络的拓扑结构及元件性质后,其外部特性就完全取决于元件的参数值。元件参数解法的故障诊断的基本出发点就是通过网络的外部特性与元件参数之间的解析关系来确定故障元件。这便是列出以元件参数为未知量的方程组,从该方程组中解出所有元件参数值,再参照容差确定故障元件。本章将研究这种解法的各种诊断方程,明确它们的适用场合及优缺点。

§3.1 元件参数解法的故障

诊断方程概述^{[42]、[43]}

设网络 N 在激励信号 $\mathbf{u} = (u_1, u_2, \dots, u_{n_u})^T$ 作用下,可测端上测到的响应为 $\mathbf{y} = (y_1, y_2, \dots, y_m)^T$,若元件参数 $\mathbf{r} = (r_1, r_2, \dots, r_{n_r})$ 与激励信号 $\mathbf{u}$ 独立无关,根据网络理论可得

$$\begin{aligned} y_i &= f_i(r_1, r_2, \dots, r_{n_r}, u_1, u_2, \dots, u_{n_u}) & (3.1.1) \\ i &= 1, 2, \dots, q \end{aligned}$$

上述方程组称为故障诊断方程组,其中激励和响应可以是电

压，也可以是电流；或一是电压，一是电流；或两者均兼有电压及电流。式中 q 是指不同测试情况，通常包括激励端口情况、激励信号情况、测试端口情况以及它们三者的组合。

故障诊断方程组式 (3.1.1) 应该既适用于线性网络，也适用于非线性网络。由于网络响应与元件参数值之间的关系十分复杂，即使网络是线性的，其关系也往往是非线性的，特殊场合下才是线性的 (§3.5、§3.6)。因此式 (3.1.1) 的方程组通常总是一个非线性方程组。从该方程组中解出 $r_1, r_2, r_3 \cdots r_n$ 后，若发现其中某一 r_i 与其标称值的偏离大于容差，则该元件就是故障元件。

求解网络元件参数还是有一定条件的^[8]。一个必要的条件便是方程组中包含的独立方程个数须与未知量个数相等。因此要使元件参数可解，就必须获得足够多的独立方程。一般说来，每进行一次不同情况的测试，就可以得到一个或若干个方程。为此应该尽可能在各种允许的条件下对该待诊断网络进行种种测试，列出相应的方程，以便从网络的可及端上充分提取内部信息。为了使这些方程之间相互独立，每次测试应适当改变测试参数。广义地说，测试参数包括测试端及激励端的位置以及激励信号参数。可是对于集成电路来说，其激励端及测试端只能限于可及端子，因此改变测试参数往往需在信号参数上多动脑筋，如改变激励频率、幅度、工作点及波形等。对于线性电路，式 (3.1.1) 中的 q 通常是指激励端、测试端及频率三者的组合数。如何最佳地选择各次测试参数，使最后所得的方程尽可能相互独立，这是一个需要研究的问题。

为了便于讨论，我们先定义网络元件参数的可解性及网

络的可诊断性。当且仅当网络中每一个元件参数值可以唯一地从网络的外部特性来决定时，该网络才可称为是元件参数可解的。进而只有当网络的元件参数是可解时，才可称该网络是可诊断的。

由于元件参数解法最后往往归结为对一个非线性方程组的求解，因此在讨论各种解法之前，先扼要介绍有关非线性方程组的性质及解法。

对于一个一般的非线性方程组

$$\mathbf{F}(\mathbf{x}) = 0 \quad (3.1.2)$$

式中 $\mathbf{x}$ 相当于式(3.1.1)中的元件参数 $\mathbf{r}$ ，即为待求的未知量。

该非线性方程组的Jacobi矩阵为

$$\mathbf{J}_F = \begin{bmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial x_1} & \frac{\partial F_1}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial F_1}{\partial x_n} \\ \frac{\partial F_2}{\partial x_1} & \frac{\partial F_2}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial F_2}{\partial x_n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial F_q}{\partial x_1} & \frac{\partial F_q}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial F_q}{\partial x_n} \end{bmatrix} \quad (3.1.3)$$

其中 F_i 、 x_i 分别为 $\mathbf{F}$ 、 $\mathbf{x}$ 的分量，角注 q 相当于式(3.1.1)中的 q 。当 $\mathbf{F}(\mathbf{x})$ 是适定方程组时， $q = n$ ，则 $\mathbf{J}_F$ 是一方阵。

这里需要强调一下非线性方程组式(3.1.2)的解的唯一性问题，因此介绍如下定理：假设 $\mathbf{F}$ 在 $\mathbf{x}_0$ 的一个开邻域 $D_0 \subset D$ 上是连续的，而且 $\mathbf{F}(\mathbf{x}_0) = 0$ ，再假设 $\mathbf{J}_F$ 在 $\mathbf{x}_0$ 的一个邻域内存在且在 $\mathbf{x}_0$ 处连续，又设 $\mathbf{J}_F(\mathbf{x}_0)$ 是非奇异的，则在 $\mathbf{x}_0$ 的一个开邻域中，方程组 $\mathbf{F}(\mathbf{x}) = 0$ 有唯一解。这说明了非线性方程组的唯一解的局部性，而非全域性。

下面讨论方程组 $\mathbf{F}(\mathbf{x}) = 0$ 的解法。对于一个一般的非线

性方程组，数学上目前还无法给出其解析形式的解，而只能依赖数值方法用计算机求其近似解。但从理论上来说，可使该近似解以任意精度逼近其真解。目前使用的数值方法是各种形式的迭代法，这里介绍常用的Newton-Raphson迭代法，它是其它各种迭代法的基础。

N-R迭代法的基本思路是将非线性方程逐次线性化，从而形成迭代程序。对于函数 $\mathbf{F}(\mathbf{x})$ 在包含点 $\mathbf{x}_k \in D$ 的某邻域内，可由Taylor展开式将其近似为一个线性函数

$$\mathbf{F}(\mathbf{x}) \approx \mathbf{F}(\mathbf{x}_k) + \mathbf{J}_F(\mathbf{x}_k)(\mathbf{x} - \mathbf{x}_k) \quad (3.1.4)$$

于是可得线性化后的方程为

$$\mathbf{J}_F(\mathbf{x}_k)(\mathbf{x} - \mathbf{x}_k) = -\mathbf{F}(\mathbf{x}_k) \quad (3.1.5)$$

若方程组式 (3.1.2) 有唯一解，则其 $\mathbf{J}_F(\mathbf{x})$ 为方阵时必非奇异，因此由式 (3.1.5) 可构造如下的迭代式

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{x}_k - [\mathbf{J}_F(\mathbf{x}_k)]^{-1}\mathbf{F}(\mathbf{x}_k) \quad (3.1.6)$$

适当选择初始值 $\mathbf{x}_0$ ，就可启动上述迭代程序，这就是 N-R 迭代法。

该N-R迭代程序具有二阶收敛速，但对初值 $\mathbf{x}_0$ 的要求比较严格。为此，可在迭代式中引入步长因子 λ_k ，即将式 (3.1.6) 改成

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{x}_k - \lambda_k [\mathbf{J}_F(\mathbf{x}_k)]^{-1}\mathbf{F}(\mathbf{x}_k) \quad (3.1.7)$$

λ_k 的选择要求是： $\|\mathbf{F}(\mathbf{x}_{k+1})\| \leq \|\mathbf{F}(\mathbf{x}_k)\|$ 。这时，可以证明式 (3.1.7) 也是收敛的。

在故障诊断方程中，实际得到的方程个数往往与未知量个数并不正好相等。对于方程个数少于未知量个数的情况，待在第五章中研究。对于方程个数多于未知量个数的情况，即式 (3.1.2) 超定时， $\mathbf{J}_F$ 为高矩阵，即其行数大于列数，非方阵，上述解法就不能用了。这时可把该超定方程组的求解转

化为一个非线性最小二乘问题来处理，即是求下列优化问题

$$\min_{x \in D} \frac{1}{2} \mathbf{F}^T(x) \mathbf{F}(x) = \min_{x \in D} \sum_{i=1}^q F_i^2(x)/2 \quad (3.1.8)$$

的解对该优化问题的处理，仍是将非线性函数逐次线性化，用迭代法求解。由于 $\mathbf{F}(x)$ 的线性化形式与式(3.1.4)类似，只是其中的 $\mathbf{J}_F(x_k)$ 不再是方阵，因此不能获得式(3.1.6)。为此，可将式(3.1.4)代入式(3.1.8)中，于是得下列目标函数

$$\begin{aligned} \min_{x \in D} \left\{ \frac{1}{2} (x - x_k)^T \mathbf{J}_F^T(x_k) \mathbf{J}_F(x_k) (x - x_k) \right. \\ \left. + (x - x_k)^T \mathbf{J}_F^T(x_k) \mathbf{F}(x_k) + \frac{1}{2} \mathbf{F}^T(x_k) \mathbf{F}(x_k) \right\} \end{aligned} \quad (3.1.9)$$

令上述目标函数的梯度为零，则得

$$\mathbf{J}_F^T(x_k) \mathbf{J}_F(x_k) (x - x_k) = -\mathbf{J}_F^T(x_k) \mathbf{F}(x_k) \quad (3.1.10)$$

上述方程的解就是二阶优化问题的解。由此对非线性最小二乘问题可以构造如下的迭代式

$$x_{k+1} = x_k - [\mathbf{J}_F^T(x_k) \mathbf{J}_F(x_k)]^{-1} \cdot \mathbf{J}_F^T(x_k) \mathbf{F}(x_k) \quad (3.1.11)$$

上式实质上就是线性方程组式(3.1.5)的最小二乘解。为了求解时放宽对初始值的要求，也常引入步长因子 λ_k ，即有

$$x_{k+1} = x_k - \lambda_k [\mathbf{J}_F^T(x_k) \mathbf{J}_F(x_k)]^{-1} \cdot \mathbf{J}_F^T(x_k) \mathbf{F}(x_k) \quad (3.1.12)$$

λ_k 的选择同样应保证目标函数的下降性。

本章各节所述的各种非线性故障诊断方程均按上述迭代方法求解。需要注意的是：尽管实际得到的方程个数可能多于未知量个数，但由于元件参数客观上与测试情况独立无关，因此多于未知量个数的那些方程实际上总是相关的。为

此, J_F 的行秩事实上不能大于未知量数, 即不能大于 J_F 的列数。当方程个数足够多时, 行秩便等于列数。如是, 若 $J_F(x)$ 列满秩, 则 $F(x)$ 有唯一解。但当 $J_F(x)$ 不列满秩时, 则 $J_F^T J_F$ 总是奇异方阵, 不能求逆, 这样式 (3.1.12) 仍无法求解。这种情况下, 该网络便不是元件参数可解的, 也不是可诊断的。

下面介绍各种常见的元件参数解法。

§3.2 通过网络函数建立故障

诊断方程^{[44]~[47],[105]}

在线性网络场合, 式 (3.1.1) 的故障诊断方程若用网络函数来表示, 则可写成

$$y_{ab,i} = f_{ab}(r, s_i) \quad (3.2.1)$$

式中 r 为元件参数矢量, $y_{ab,i}$ 指信号频率为 s_i 时 a 端至 b 端的传输函数。因此对应不同的 a 、 b 及 i 时, 式 (3.2.1) 就是一组诊断方程。

一般说来, 式 (3.2.1) 的表达式往往十分复杂, 由它求解出元件参数 r 是很困难的, 一是因为在求解过程中很难将 $y_{ab,i}$ 表示为 r 的符号网络函数形式, 以便求得该非线性方程组的 Jacobi 矩阵; 二是因为求解时往往牵涉到矩阵的求逆, 因此自 1962 年 R.S. Berkowitz 提出这个方法以来, 直至出现伴随网络法求解灵敏度很久以后, 在很长一段时间内进展不大, 所以我们对该方法只作一简单介绍。

(一) 用节点电压方程建立线性电路的传输网络函数作为诊断方程^{[44],[45]}

假设网络有 n 个节点（接地点除外），其中 $1, 2 \dots m$ 节点可及，即既可电流激励，也可电压测量； $m+1, m+2, \dots n$ 节点不可及。又设该网络有 n_b 条支路，则各支路特性可描述为

$$I^b(s) = Y_b(s, r) V^b(s) \quad (3.2.2)$$

这里 $Y_b(s, r)$ 是支路导纳矩阵， $I^b(s)$ 、 $V^b(s)$ 分别是支路的电流矢量和电压矢量。

由式 (3.2.2)，根据 $I^n = AI^b$ 及 $V^b = A^T V^n$ ，可得节点电压方程为

$$AY_b(s, r)A^T V^n = I^n \quad (3.2.3)$$

式中 A 为网络的关联矩阵， V^n 为节点电压矢量， I^n 是注入各节点的电流矢量。它们可按节点的可及和不可及分块为 m 和 x 两部分，即

$$A = \begin{bmatrix} A_m \\ A_x \end{bmatrix}, \quad V^n = \begin{bmatrix} V^m \\ V^x \end{bmatrix}, \quad I^n = \begin{bmatrix} I^m \\ I^x \end{bmatrix} \quad (3.2.4)$$

由于不可及节点上的电流 $I^x = 0$ ，因此式 (3.2.3) 可写成

$$\left. \begin{aligned} A_m Y_b(s, r) A_m^T V^m + A_m Y_b(s, r) A_x^T V^x &= I^m \\ A_x Y_b(s, r) A_m^T V^m + A_x Y_b(s, r) A_x^T V^x &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (3.2.5)$$

令

$$\left. \begin{aligned} Y_{mm} &\triangleq A_m Y_b(s, r) A_m^T \\ Y_{mx} &\triangleq A_m Y_b(s, r) A_x^T \\ Y_{xm} &\triangleq A_x Y_b(s, r) A_m^T \\ Y_{xx} &\triangleq A_x Y_b(s, r) A_x^T \end{aligned} \right\} \quad (3.2.6)$$

则式 (3.2.5) 可写成

$$\left. \begin{aligned} Y_{mm} V^m + Y_{mx} V^x &= I^m \\ Y_{xm} V^m + Y_{xx} V^x &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (3.2.7)$$

由上式可求得

$$I^m = (Y_{mm} - Y_{mx} Y_{xx}^{-1} Y_{xm}) V^m = Y(s, r) V^m \quad (3.2.8)$$

$$\text{或} \quad V^m = Y(s, r)^{-1} I^m = Z(s, r) I^m \quad (3.2.9)$$

显然，上式中

$$Z(s, r) \triangleq Y(s, r)^{-1} \quad (3.2.10)$$

而

$$\begin{aligned} Y(s, r) &\triangleq (Y_{mm} - Y_{mx} Y_{xx}^{-1} Y_{xm}) \\ &= A_m Y_b(s, r) \{1 - A_x^T [A_x Y_b(s, r) A_x^T]^{-1} \\ &\quad \cdot A_x Y_b(s, r)\} A_m^T \end{aligned} \quad (3.2.11)$$

它们分别是各可测端之间的传输（导纳、阻抗）函数矩阵，而式（3.2.8）及（3.2.9）都是矩阵形式的诊断方程。

为了将矩阵形式的诊断方程组转化为常见的矢量形式的方程组，我们引用如下两种矩阵运算：

矩阵的拉直： 设矩阵 $A = \{a_{ij}\} \in \mathbf{C}^{m \times n}$ ，则称矢量 $[a_{11} \cdots a_{m1}, a_{12} \cdots a_{m2}, \cdots, a_{1n} \cdots a_{mn}]^T$ 为矩阵 A 的按列拉直，记作 $\text{Vec}(A)$ 。

矩阵的 Kronecker 积： 设有两个矩阵 $A = \{a_{ij}\} \in \mathbf{C}^{m \times n}$ 及 $B = \{b_{ij}\} \in \mathbf{C}^{p \times q}$ ，则下列分块矩阵

$$A \otimes B = \begin{bmatrix} a_{11}B & a_{12}B & \cdots & a_{1n}B \\ a_{21}B & a_{22}B & \cdots & a_{2n}B \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{m1}B & a_{m2}B & \cdots & a_{mn}B \end{bmatrix} \in \mathbf{C}^{mp \times nq} \quad (3.2.12)$$

是 A 与 B 的 Kronecker 积。

利用 Kronecker 积的一个性质：

$\text{Vec}(XYZ) = (Z^T \otimes X) \text{Vec}(Y)$ ，于是可由式（3.2.10）得

$$\begin{aligned} \text{Vec}[Y(s, r)] &= A_m \{1 - A_x^T [A_x Y_b(s, r) A_x^T]^{-1} \\ &\quad \cdot A_x Y_b(s, r)\}^T \otimes A_m \text{Vec}[X_b(s, r)] \end{aligned} \quad (3.2.13)$$

上式即为矢量形式的诊断方程。由于通常可及端的数目总是远小于网络元件参量个数，即 $m \ll n_b$ ，因此，我们除变换激励端及测试端外，又改变测试信号频率。设在不同频率 s_i 上进行测试，则得诊断方程组

$$\text{Vec}[Y(s_i, r)] = A_m \{ 1 - A_x^T [A_x Y_b(s_i, r) A_x^T]^{-1} A_x Y_b(s_i, r) \}^T \otimes A_m \text{Vec}[Y_b(s_i, r)] \quad (3.2.14)$$

为了便于用N-R迭代算法求解上述诊断方程组，需先求其Jacobi矩阵。下面我们推导 $d\text{Vec}[Y(s, r)]/dr$ 的表达式。

由式 (3.2.10)， $Y(s, r)$ 对某一元件参数的导数为

$$\begin{aligned} \frac{\partial Y(s, r)}{\partial r_i} = & A_m \frac{\partial Y_b}{\partial r_i} \{ 1 - A_x^T [A_x Y_b A_x^T]^{-1} A_x Y_b \} A_m^T \\ & + A_m Y_b \left\{ -A_x^T \frac{\partial}{\partial r_i} [A_x Y_b A_x^T]^{-1} A_x Y_b \right. \\ & \left. - A_x^T [A_x Y_b A_x^T]^{-1} A_x \frac{\partial Y_b}{\partial r_i} \right\} A_m^T \end{aligned}$$

考虑到

$$\frac{\partial}{\partial r_i} [A_x Y_b A_x^T]^{-1} = -[A_x Y_b A_x^T]^{-1} \cdot A_x \frac{\partial Y_b}{\partial r_i} A_x^T [A_x Y_b A_x^T]^{-1}$$

因此得

$$\begin{aligned} \frac{\partial Y(s, r)}{\partial r_i} = & A_m [1 - Y_b A_x^T (A_x Y_b A_x^T)^{-1} \\ & \times A_x] \frac{\partial Y_b}{\partial r_i} [1 - A_x^T (A_x Y_b A_x^T)^{-1} A_x Y_b] A_m^T \quad (3.2.15) \end{aligned}$$

将上式两侧的矩阵都拉直，则有

$$\begin{aligned} \frac{\partial \text{Vec}[Y(s, r)]}{\partial r_i} = & A_m [1 - A_x^T (A_x Y_b A_x^T)^{-1} A_x Y_b]^T \\ & \otimes A_m [1 - Y_b A_x^T (A_x Y_b A_x^T)^{-1} A_x] \frac{\partial \text{Vec}[Y_b]}{\partial r_i} \quad (3.2.16) \end{aligned}$$

相应地可得

$$\frac{\partial \text{Vec}[Y(s, r)]}{\partial r} = \left[\frac{\partial \text{Vec}[Y(s, r)]}{\partial r_1}, \frac{\partial \text{Vec}[Y(s, r)]}{\partial r_2}, \dots \right] \quad (3.2.17)$$

这里需要指出的是，由于 $Y_b(s, r)$ 是 r 及 s 的有理函数，而各频率 s_i 是给定的，因此 J_F 可以看作仅仅是 r 的函数。可以证明，对于几乎所有的元件参量 r ， $J_F(r)$ 的秩是常数。因此对于一个网络，当在某一 r 处对 $J_F(r)$ 的秩进行检验，就可以对该网络的可诊断性在几乎所有的 r 上作出结论，这在实际工作中是很有意义的。

在式 (3.2.17) 中代入不同的 s_i ，所得诊断方程组便可用来求解各元件参数。

例：试求图3.2.1所示电路的诊断方程组及其 Jacobi 矩阵，并讨论其可诊断性。

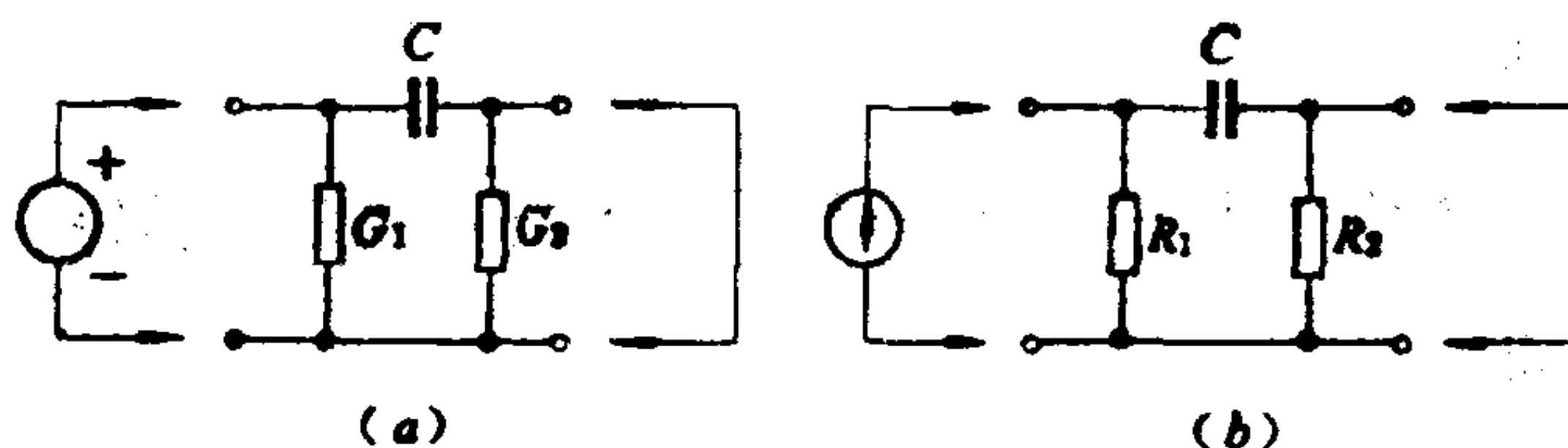


图 3.2.1

解：

由图3.2.1可得

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} = A_m, \quad A_x = 0$$

$$Y_b = \begin{bmatrix} G_1 & 0 & 0 \\ 0 & sC & 0 \\ 0 & 0 & G_2 \end{bmatrix} \quad (3.2.18)$$

由式 (3.2.10) 可得

$$Y(s, r) = \begin{bmatrix} G_1 + sC & -sC \\ -sC & G_2 + sC \end{bmatrix} \quad (3.2.19)$$

又得 $Z(s, r) = Y(s, r)^{-1}$

$$= \frac{1}{1 + sC(R_1 + R_2)} \begin{bmatrix} R_1 + sCR_1R_2 & sCR_1R_2 \\ sCR_1R_2 & R_2 + sCR_1R_2 \end{bmatrix} \quad (3.2.20)$$

$Y(s, r)$ 相应于图 3.2.1(a) 中激励源是电压，测量值是短路电流。 $Z(s, r)$ 相应于图 3.2.1(b) 中激励源是电流，测量值是开路电压。它们的诊断方程分别如式 (3.2.8) 及 (3.2.9) 所示。

参照式 (3.2.17)，可得它们拉直的 Jacobi 矩阵分别为

$$\text{Vec}[J_Y] = \begin{bmatrix} 1 & s & 0 \\ 0 & -s & 0 \\ 0 & -s & 0 \\ 0 & s & 1 \end{bmatrix} \quad (3.2.21)$$

$G_1 \quad C \quad G_2$

$$\text{Vec}[J_Z] = \frac{1}{[1 + sC(R_1 + R_2)]^2}$$

$$\times \begin{bmatrix} (1 + sCR_2)^2 & -sR_1^2 & (sCR_1)^2 \\ sCR_2(1 + sCR_2) & sR_1R_2 & sCR_1(1 + sCR_1) \\ sCR_2(1 + sCR_2) & sR_1R_2 & sCR_1(1 + sCR_1) \\ (sCR_2)^2 & -sR_2^2 & (1 + sCR_1)^2 \end{bmatrix}$$

$R_1 \quad C \quad R_2$

(3.2.22)

(二) 由伴随网络法所得灵敏度表达的诊断方程 [46]

从上例的 Jacobi 矩阵可以看出，矩阵中各元实质上便是

激励端电压/电流激励时，元件参量对响应端电流/电压值的灵敏度 $\mathcal{S}$ ，因此若能求得各灵敏度，则可直接写出该 Jacobi 矩阵

$$\mathbf{J}_F = \begin{bmatrix} \frac{\partial \left(\frac{I_i}{V_j}, \frac{V_i}{I_j} \right)}{\partial r_k} = \mathcal{S}[i + (j-1)l, k] \dots \\ \vdots \end{bmatrix} \quad (3.2.23)$$

$i = 1, 2, \dots, m$ 指响应端

$j = 1, 2, \dots, l$ 指激励端

$k = 1, 2, \dots, n_b$ 指元件序号

伴随网络方法是根据 Tellegen 定理导得的，它能够很有效地求得各灵敏度。一个原网络 N 和它的伴随网络 $\hat{N}$ ，它们有着相同的关联矩阵 $\mathbf{A} = \hat{\mathbf{A}}$ ，可是 $\hat{N}$ 是由 N 中将所有独立源除去（电压源短路、电流源开路），将所有受控源改为其转置形式，如图3.2.2所示，然后在电流/电压响应端施加单位电压/电流源所构成的。在原网络 N 及伴随网络 $\hat{N}$ 中分别求得它们所有的支路电压、电流，灵敏度便可按下式计算

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \left(\frac{I_i}{V_j}, \frac{V_i}{I_j} \right)}{\partial Y_k} &= -V_{bk} \hat{V}_{bk} \\ \frac{\partial \left(\frac{I_i}{V_j}, \frac{V_i}{I_j} \right)}{\partial R_k} &= I_{bk} \hat{I}_{bk} \\ \frac{\partial \left(\frac{I_i}{V_j}, \frac{V_i}{I_j} \right)}{\partial C} &= -s V_{bk} \hat{V}_{bk} \\ \frac{\partial \left(\frac{I_i}{V_j}, \frac{V_i}{I_j} \right)}{\partial L_k} &= s I_{bk} \hat{I}_{bk} \end{aligned} \right\} \quad (3.2.24)$$

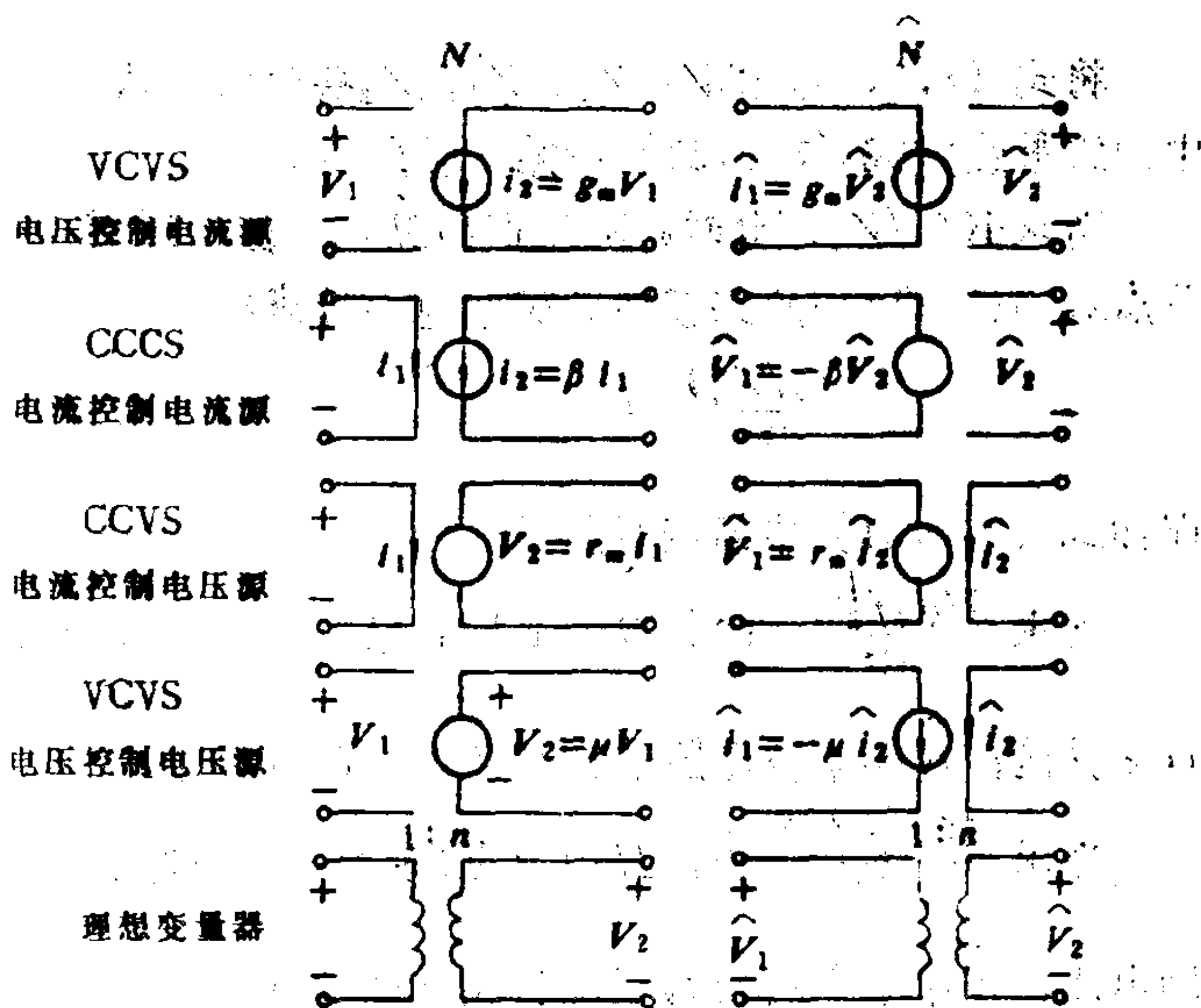


图 3.2.2

例：对于图3.2.1(a)的电路，其原网络 N 与伴随网络 $\hat{N}$ 相同，只是所加电压源的端子有所不同。当求 $d(I_1/V_1)/dr$ 时，不论 N 和 $\hat{N}$ ，单位电压源均加在节点1，又节点2均短路接地，以符合导纳 $Y(s, r)$ 的定义。因此得

$$\begin{aligned} V_1 = \hat{V}_1 = 1, \quad I_1 = \hat{I}_1 = -(G_1 + sC), \\ V_2 = \hat{V}_2 = 0, \quad I_2 = \hat{I}_2 = sC \end{aligned} \quad (3.2.25)$$

所以

$$\begin{aligned} \frac{d(I_1/V_1)}{dr} &= - \left[\frac{d(I_1/V_1)}{dG_1} \quad \frac{d(I_1/V_1)}{dC} \quad \frac{d(I_1/V_1)}{dG_2} \right] \\ &= [V_1 \hat{V}_1 \quad s(V_1 - V_2)(\hat{V}_1 - \hat{V}_2) \quad V_2 \hat{V}_2] \\ &= [1 \quad s \quad 0] \end{aligned} \quad (3.2.26)$$

将式 (3.2.25) 的 V_1 、 V_2 、 $\hat{V}_1$ 及 $\hat{V}_2$ 各值代入式 (3.2.26) 中, 结果便如式 (3.2.21) 中第一行所示。

当求 $d(I_2/V_2)/dr$ 时, 不论 N 和 $\hat{N}$, 单位电压源均加在节点2, 且节点1均短路接地。类似地不难求得

$$\frac{d(I_2/V_2)}{dr} = [0 \quad s \quad 1]$$

即如式 (3.2.21) 中第四行所示。

当求 $\frac{d(I_2/V_1)}{dr}$ 时, N 的单位激励电压加在节点1, 节点2接地; $\hat{N}$ 的单位电压加在节点2, 节点1接地。

当求 $\frac{d(I_1/V_2)}{dr}$ 时, N 中节点1接地, 节点2加有单位激励电压; $\hat{N}$ 中节点2接地, 节点1加有激励电压。不难求得结果均是 $[0 \quad -s \quad 0]$, 如式 (3.2.21) 中第二、三行所示。

例: 对于图3.2.1(b)的电路, 其原网络 N 与伴随网络 $\hat{N}$ 相同, 只是所加电流源的端子有所不同。求 $\frac{d(V_1/I_1)}{dr}$ 时, 不论 N 和 $\hat{N}$, 单位电流源均加在节点1, 且节点2开路, 故得

$$V_1 = \hat{V}_1 = \frac{R_1 + R_2 R_1 s C}{1 + s C (R_1 + R_2)}$$

$$I_1 = \hat{I}_1 = \frac{1 + R_2 s C}{1 + s C (R_1 + R_2)}$$

$$V_2 = \hat{V}_2 = \frac{s C R_1 R_2}{1 + s C (R_1 + R_2)}$$

$$I_2 = \hat{I}_2 = \frac{s C R_1}{1 + s C (R_1 + R_2)}$$

因此

$$\frac{d(V_1/I_1)}{dr} = \left[\frac{d(V_1/I_1)}{dR_1} \quad \frac{d(V_1/I_1)}{dC} \quad \frac{d(V_1/I_1)}{dR_2} \right]$$

$$= [I_1 \hat{I}_1 - s(V_1 - V_2)(\hat{V}_1 - \hat{V}_2) \quad I_2 \hat{I}_2]$$

中代入相应各值后, 结果便如式 (3.2.22) 中第一行所示。

当求 $\frac{d(V_2/I_2)}{dr}$ 时, 不论 N 和 $\hat{N}$, 单位电流源均加在节

点2, 类似地不难求得 $\frac{d(V_2/I_2)}{dr}$ 结果如式 (3.2.22) 中第

四行所示。

当求 $\frac{d(V_2/I_1)}{dr}$ 时, N 的单位激励电流加在节点1, $\hat{N}$ 的

单位电流加在节点2, 当求 $\frac{d(V_1/I_2)}{dr}$ 时, N 的单位电流加

在节点2, $\hat{N}$ 的单位电流加在节点1, 不难求得结果分别如式 (3.2.22) 中第二、三行所示。显然, 第二、三两行应该是相同的。

需要指出的是, 对于交流网络, 诊断方程是个复数方程, 但其中的未知量 r 却是实数, 为此需将诊断方程变换为实数方程。即令其中每一方程的实部与虚部分别各自相等, 这样诊断方程数可增加一倍。

根据方程可解的必要条件, 必须要求独立方程数大于或等于未知量个数。而且在迭代求解诊断方程时, Jacobi 矩阵中的各元素当由迭代过程中当时元件的参量值所计算得到的支路电压值或电流值代入式 (3.2.24) 中求得。同时由式 (3.1.12) 可知, 此时尚需求得 $F(x)$ 值。该 $F(x)$ 值也随迭代过程的推移而不断变值。但无论怎样, 这些电压及电流值

均可由通常的电路分析程序，诸如SPICE等方便地求得。但每次迭代都需对 N 及 $\hat{N}$ 进行数值调整，因此电路分析工作量仍然是很大的。

§3.3 求解电阻网络元件参数的一个算法^{[48],[49]}

上节讨论了利用网络函数来求解一般线性网络中元件参数的方法。尽管该方法可以按系统的步骤迭代实现，但其过程十分复杂。这一节我们针对电阻网络介绍一个方法，仍用网络函数建立诊断方程，但由于注意到了电阻网络函数的特殊性，从而使复杂性有所降低。

一个线性电阻网络，其所有支路可分为两类：一类是至少有一端点为网络内部节点的电阻支路，称之为基本支路，记作 x_h ， $h=1, 2, \dots, n_1$ ，由这些支路组成的子图可相应地称为基本子图；另一类是两端均为网络可及节点的电阻支路，称之为自由支路，记作 x_f ， $f=1, 2, \dots, n_2$ 。 $n_b = n_1 + n_2$ 。由网络的拓扑公式可知其可测节点之间的传输导纳函数 $y_{ij} = I_i / V_j | (V_i = 0, i \neq j)$ 为

$$y_{ij} = x_{f,ij} + (\sum_b \Pi x_h) / \Delta \quad (3.3.1)$$

若 i, j 间有自由支路

$$y_{ij} = (\sum_b \Pi x_h) / \Delta \quad (3.3.2)$$

若 i, j 间无自由支路

式中 Δ 是基本子图的行列式，由式(3.2.6)可知，事实上 Δ 就是 $\mathbf{A}_x \mathbf{Y}_b \mathbf{A}_x^T$ 的行列式。由图论可知， Δ 是将基本子图的所有可及点短路一起后所得 $(n-m+1)$ 个节点的网络中各

个不同树导纳积之和，因此 Δ 的每一项包含 $(n-m)$ 个基本支路导纳乘积。分子 $\sum(\prod x_h)$ 是 β 项之和，其中每一项是介于 i 和 j 之间的 $\alpha = n - m + 1$ 个基本支路的导纳 x_h 的积。上述 β 项中没有两项是相同的，且对于不同的 y_{ij} ，分子中也没有相同的项。

既然是线性纯电阻网络，不需考虑受控源器件，因此其诊断方程是实数互易的，基于它的传输导纳函数的测量至多可得 $m(m+1)/2$ 个方程。因此，元件参数可解的一个必要条件是 $n_b < m(m+1)/2$ 。

从式(3.3.1)可以看出，若已获得各基本支路的导纳值，则自由支路的导纳值可立即求得。因此现在的主要问题是解式(3.3.2)。注意到该式的构成，可以采取下列变换以简化方程：令

$$x'_h = x_h / (\Delta^{\frac{1}{\alpha}}) \quad (3.3.3)$$

将它代入式(3.3.2)，则得

$$y_{ij} = \sum_{\beta} \prod_{\alpha} x'_h \quad (3.3.4)$$

用 x'_h 代替 x_h 代入 Δ 的表达式中，设所得结果为 Δ' ，则因 $\Delta = (\Delta^{\frac{1}{\alpha}})^{\alpha-1} \cdot \Delta'$ ，因此有

$$\Delta^{\frac{1}{\alpha}} = \Delta' \quad (3.3.5)$$

若从式(3.3.4)解得 x'_h ，则由式(3.3.5)所得的 $\Delta^{\frac{1}{\alpha}}$ ，通过式(3.3.3)即可求得 x_h 的值。

定义列矢量 $\mathbf{Z}$ ，其元为 $Z_l = \prod x'_h$ ， $l = 1, 2, \dots, k$ 。又定

义列矢量 $\mathbf{Y}$ ，其元为 y_{ij} 。于是可写出

$$\mathbf{Y} = \mathbf{PZ} \quad (3.3.6)$$

式中 $\mathbf{P}$ 为 $m \times k$ 阶矩阵，其元的值仅取0或1。由于每个 y_{ij} 中

所含的 Z 分量各不相同，因而 P 的每一列仅含一个非零元。

再令

$$u = \ln Z$$

或

$$[u_1 \cdots u_k]^T = [\ln Z_1 \cdots \ln Z_k]^T \quad (3.3.7)$$

由于 $u_i = \ln Z_i = \ln \prod_{\alpha} x'_{\alpha} = \sum_{\alpha} \ln x'_{\alpha}$ ，因此式(3.3.7)可以写成

$$u = Q \ln x = Q [\ln x'_1 \cdots \ln x'_{n_1}]^T \quad (3.3.8)$$

显然， Q 中各元也只有两种取值：0或1。且每行含 α 个非零元。

由式(3.3.7)可得

$$Z = \exp(u) = [\exp(u_1) \cdots \exp(u_k)]^T \quad (3.3.9)$$

由式(3.3.6)、(3.3.8)可得故障诊断方程为

$$Y = P \exp(Q \ln x) \quad (3.3.10)$$

上述非线性方程的Jacobi矩阵为

$$J_F = P \text{diag}[\exp(u_1) \cdots \exp(u_k)] \cdot Q \text{diag}(1/x'_1 \cdots 1/x'_{n_1}) \quad (3.3.11)$$

现讨论该故障诊断方程解的唯一性。由上式推论得：由于 $\text{diag}(1/x'_1 \cdots 1/x'_{n_1})$ 必为非奇异方阵，且正值，其秩为 n_1 ，故若方阵 $\{P \cdot \text{diag}[\exp(u_1) \cdots \exp(u_k)] Q\}$ 的秩也为 n_1 满秩，则故障诊断方程式(3.3.10)有唯一解[42]。

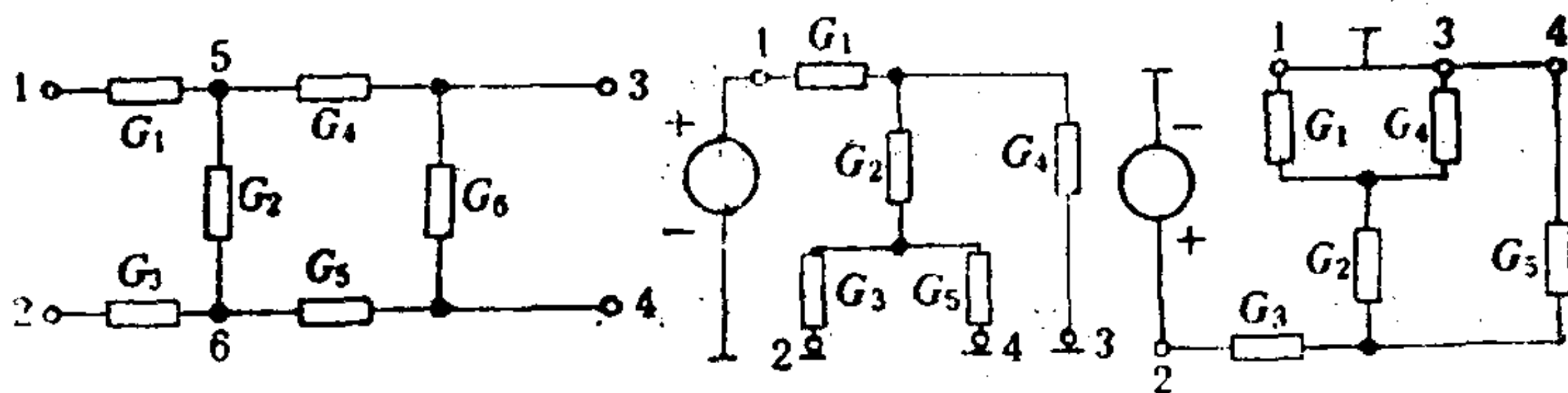


图 3.3.1

例如，图3.3.1的电路中，设节点1、2、3、4可测，5、6不可及。由图可见， $n_1 = 5$ ， $n_2 = 1$ 。所有传输导纳函数经分析得为

$$\left. \begin{aligned} y_{12} &= G_1 G_2 G_3 / \Delta = G'_1 G'_2 G'_3 \\ y_{13} &= G_1 G_4 (G_2 + G_3 + G_5) / \Delta \\ &= G'_1 G'_4 (G'_2 + G'_3 + G'_5) \\ y_{14} &= G_1 G_2 G_5 / \Delta = G'_1 G'_2 G'_5 \\ y_{23} &= G_2 G_3 G_4 / \Delta = G'_2 G'_3 G'_4 \\ y_{24} &= G_3 G_5 (G_1 + G_2 + G_4) / \Delta \\ &= G'_3 G'_5 (G'_1 + G'_2 + G'_4) \\ y_{34} &= G_6 + G_2 G_4 G_5 / \Delta \end{aligned} \right\} \quad (3.3.12)$$

这里 $\Delta = (G_1 + G_4)(G_2 + G_3 + G_5) + G_2(G_3 + G_5)$ ，由式 (3.3.5) 可消去 y_{ij} 各式中的 Δ ，该式中 $\alpha = 6 - 4 + 1 = 3$ 。该电路中只有 G_6 是自由支路，故若 $G_1 \sim G_5$ 已知，则 G_6 可从 y_{34} 直接获得。为此在不考虑 y_{34} 及其中的 $G_2 G_4 G_5$ 的情况下，可得 Y 、 Z 分别为下列列矢量

$$Y \triangleq (y_{12} \ y_{13} \ y_{14} \ y_{23} \ y_{24})^T \quad (3.3.13)$$

$$\begin{aligned} Z \triangleq & (G'_1 G'_2 G'_3 \ G'_1 G'_2 G'_4 \ G'_1 G'_2 G'_5 \ G'_2 G'_3 G'_4 \\ & G'_1 G'_3 G'_5 \ G'_1 G'_3 G'_4 \ G'_1 G'_4 G'_5 \ G'_2 G'_3 G'_5 \\ & G'_3 G'_4 G'_5)^T \end{aligned} \quad (3.3.14)$$

由式 (3.3.6)、(3.3.8) 分别得

$$P = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$Q = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad (3.3.15)$$

可以看出，上述 P 的行秩及 Q 的列秩均满秩。同时可以证明， $P \text{diag}[\exp(u_i)]Q$ 也满秩，该故障诊断方程有唯一解，说明该网络是元件参数可解的。

§3.4 引入辅助未知量的 元件参数解法^{[50]~[55]}

通过前面两节的讨论可以看出，用网络函数建立的故障诊断方程比较复杂，其非线性程度很高，相应的计算也较麻烦。对于大型网络，这一问题就显得更为突出了。为了降低诊断方程的非线性度，可以引入一些辅助未知量。这样做虽然增加了方程中的未知量个数，但从整个计算过程来看，并不一定累赘，相反地却使计算简便易行。

由于电路描述模型的不同，引入的辅助未知量也相应有别。这里对引入辅助未知量求解元件参数的方法进行了系统的分析和论证。先用通常的节点导纳矩阵来作为电路的描述模型，这时引入的辅助未知量便是不可及节点上的电压。

(一) 诊断方程的表达形式

在上节式 (3.2.5) 中, 为了求解元件参数, 需要消除不可测节点上的电压 V^x , 以便获得形如式 (3.2.8) I^m 与 V^m 之间关系的传输矩阵表达式作为故障诊断方程。可是这样一来, 出现了逆矩阵 $Y^{-1}_{xx} = (A_x Y_b A_x^T)^{-1}$, 使诊断方程中的非线性项更加复杂了。事实上, 我们不妨保留式 (3.2.5) 中的 V^x , 并把它作为一种辅助未知量, 从而直接将式 (3.2.5) 或 (3.2.7) 作为以 $x \triangleq (r, V^x)$ 为未知量的诊断方程。这样未知量个数是增加了, 但可以通过改变激励频率等措施求得解决。这时的诊断方程组便为

$$A Y_b(s_i, r) A_m^T V_m^i + A Y_b(s_i, r) A_x^T V^x_i = I_i \quad (3.4.1)$$

$$i = 1, 2, \dots, q$$

由于线性电路中 $Y_b(s, Y)$ 是 r 的一阶函数, 因此上式中第一项是未知量的线性项, 第二项为 r 与 V^x 的乘积项。因此式 (3.4.1) 仅是一个二阶方程。这是因为上式中不存在矩阵的求逆, 所以该诊断方程的非线性项最高为二阶项。而且不论电路的规模有多大, 此一性质保持不变, 这是在数值分析上一个十分有用的特性。利用此特性, 在 N-R 迭代求解该方程时有可能采取十分有效的算法。

为了便于迭代求解, 先将式 (3.4.1) 写成如下形式

$$F(x) = \begin{bmatrix} \dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ f_i(V_i^x, r) - \beta_i \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots \end{bmatrix} = 0 \quad (3.4.2)$$

$$i = 1, 2, \dots, q$$

注意式中 V_i^x 是随 i 的不同而改变的, 它们都是未知量, 因此式 (3.4.2) 的 Jacobi 矩阵为

$$J_F = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial V^x_1} & 0 & \frac{\partial f_1}{\partial r} \\ & \frac{\partial f_2}{\partial V^x_2} & \frac{\partial f_2}{\partial r} \\ & & \ddots & \vdots \\ 0 & & \frac{\partial f_q}{\partial V^x_q} & \frac{\partial f_q}{\partial r} \end{bmatrix} \quad (3.4.3)$$

式中

$$\frac{\partial f_i}{\partial V^x_i} = \mathbf{A} \mathbf{Y}_b(s_i, r) \mathbf{A}^T_x \underline{\Delta} \mathbf{Y}_{nx}(s_i) \quad (3.4.4)$$

$$i = 1, 2, \dots, q$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_i}{\partial r} &= \left[\frac{\partial f_i}{\partial r_1} \dots \frac{\partial f_i}{\partial r_j} \dots \frac{\partial f_i}{\partial r_{nb}} \right] \\ &= \left[\dots \mathbf{A} \frac{\partial \mathbf{Y}_b(s_i, r)}{\partial r_j} \mathbf{A}^T \mathbf{V}^n_i \dots \right] \\ &= \left[\frac{\partial \mathbf{Y}_n(s_i)}{\partial r_1} \mathbf{V}^n_i \dots \frac{\partial \mathbf{Y}_n(s_i)}{\partial r_j} \mathbf{V}^n_i \right. \\ &\quad \left. \dots \frac{\partial \mathbf{Y}_n(s_i)}{\partial r_{nb}} \mathbf{V}^n_i \right] \end{aligned} \quad (3.4.5)$$

$$i = 1, 2, \dots, q$$

$$j = 1, 2, \dots, n_b$$

式 (3.4.4) 中的 $\mathbf{Y}_{nx}$ 是节点导纳矩阵中去掉对应于可测节点的那些列以后所得的矩阵, 而式 (3.4.5) 中的 $\partial \mathbf{Y}_n(s_i) / \partial r_j$ 为

$$\begin{aligned}
 & \left[\begin{array}{cc} p & q \\ \vdots & \vdots \\ (s_i)\alpha_i & \dots - (s_i)\alpha_i \dots \\ \vdots & \vdots \\ - (s_i)\alpha_i \dots & (s_i)\alpha_i \dots \\ \vdots & \vdots \end{array} \right] \begin{array}{l} p \\ \\ q \end{array} \quad (\text{参量 } G, C, L) \\
 & \left[\begin{array}{cc} k & l \\ \vdots & \vdots \\ \dots (s_i)\alpha_i \dots & - (s_i)\alpha_i \dots \\ \vdots & \vdots \\ \dots - (s_i)\alpha_i \dots & (s_i)\alpha_i \dots \\ \vdots & \vdots \end{array} \right] \begin{array}{l} p \\ \\ q \end{array} \quad (\text{受控源参量 } g_m)
 \end{aligned}
 \tag{3.4.6}$$

式中 p 、 q 指单口参量的始、末节点，或指受控源参量的受控支路的始、末节点； k 、 l 指受控源参量的主控支路的始、末节点。 α_i 视元件性质为 C 、 L 或 G 、 g_m 而分别取 ± 1 或 0 。

由于有各种各样的电路描述模型，除上述节点导纳矩阵电路模型外，还有回路阻抗矩阵、割集导纳矩阵、组件连接模型（Component Connection Model —— CCM）、稀疏表格模型以及各种修正的节点导纳矩阵等电路描述模型，对它们均可以挑选适当的辅助未知量构成其相应的二阶非线性诊断方程。

（二）诊断方程的分块迭代求解

求解上述诊断方程时，一般总是选用式 (3.1.12)，以放宽对初猜值的要求。这里关键的一步是如何选取步长 λ_k ，以保证 $\|\mathbf{F}(\mathbf{x}_{k+1})\|$ 的下降。尽管 λ_k 可按一般优化算法中的一维搜索原理选取，但若注意到诊断方程的非线性仅为二阶这

一特性，可以采用更有效的方法：令

$$\mathbf{d}_k \triangleq -[\mathbf{J}_F(\mathbf{x}_k)]^{-1}\mathbf{F}(\mathbf{x}_k)$$

或

$$\mathbf{d}_k \triangleq -[\mathbf{J}_F^T(\mathbf{x}_k)\mathbf{J}_F(\mathbf{x}_k)]^{-1}\mathbf{J}_F^T(\mathbf{x}_k)\mathbf{F}(\mathbf{x}_k)$$

并对其取二阶范数 $\|\cdot\|_2$ ，由于 $\mathbf{F}$ 中各个分量均为二阶函数，因此 $\|\mathbf{F}(\mathbf{x}_k + \lambda \mathbf{d}_k)\|^2$ 是 λ 的四阶多项式。因为一个四阶多项式可由它在五个点上的值所完全确定，因此一般可用五点插值法来求出该多项式。当使该多项式的值达到最小时，该 λ 就是要选的步长，它可以使迭代过程收敛得更快。

既然上述各种诊断方程都是基于可及端口与激励频率之间的组合而建立的，因此它们的Jacobi矩阵与式 (3.4.3) 的结构形式相同。为此，在用N-R迭代求解这些诊断方程时，可先根据该结构形式统一进行稀疏技巧的处理，以利于节约计算机存贮量及运算时间。下面介绍两种分块算法：LU-Cholesky分解和QR正交变换。

1. LU-Cholesky分块算法：将式 (3.4.3) 简写成

$$\mathbf{J}_F = \begin{bmatrix} \mathbf{J}_1 & 0 & \mathbf{J}_{R1} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & \mathbf{J}_q & \mathbf{J}_{Rq} \end{bmatrix}$$

则

$$\mathbf{J}_F^T \mathbf{J}_F = \begin{bmatrix} \mathbf{J}_1^T \mathbf{J}_1 & 0 & \mathbf{J}_1^T \mathbf{J}_{R1} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & \mathbf{J}_q^T \mathbf{J}_q & \mathbf{J}_q^T \mathbf{J}_{Rq} \\ \mathbf{J}_{R1}^T \mathbf{J}_1 & \cdots & \mathbf{J}_{Rq}^T \mathbf{J}_q & \sum_{i=1}^q \mathbf{J}_{Ri}^T \mathbf{J}_{Ri} \end{bmatrix} \quad (3.4.7)$$

由于 $J_F^T J_F$ 是对称方阵, 故可进行 LU-Cholesky 分解如下

$$J_F^T J_F = LL^T = \begin{bmatrix} L_1 & & & 0 \\ & \ddots & & \\ & & L_q & \\ L_{R1} & \cdots & L_{Rq} & L_R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L_1^T & 0 & L_{R1}^T \\ & \ddots & \vdots \\ & & L_q^T & L_{Rq}^T \\ 0 & & & L_R^T \end{bmatrix} \quad (3.4.8)$$

这里 $L_i L_i^T = J_i J_i^T$, $L_i L_{Ri}^T = J_i^T J_{Ri}$

$$i = 1, 2, \dots, q$$

$$\sum_{i=1}^q J_{Ri}^T J_{Ri} = \sum_{i=1}^q L_{Ri} L_{Ri}^T + L_R L_R^T \quad (3.4.9)$$

完成了 $J_F^T J_F$ 的 Cholesky 分解, 即可由 L 及 L^T 按下列两式

$$L y = -J_F^T F(x_k), \quad L^T(x - x_k) = y \quad (3.4.10)$$

依次分块求解 y_i 、 y_{q+1} 、 $\Delta x_{q+1} = r$ 及 $\Delta x_i = (x - x_k)_i$, $i = 1, 2, \dots, q$, 即得

$$\left. \begin{aligned} L_i y_i &= -[J_F^T F(x_k)] \\ L_R y_{q+1} &= -[J_F^T F(x_k)]_{q+1} - \sum_{i=1}^q (L_{Ri} y_i) \\ L_R^T (x - x_k)_{q+1} &= y_{q+1} \\ L_i^T (x - x_k)_i + L_R (x - x_k)_{q+1} &= y_i \end{aligned} \right\} \quad (3.4.11)$$

2. QR正交变换分块算法

既然 J_F 列满秩时, 各 J_i 也一定是列满秩的, 因此必可找到其相应的正交变换 Q_i , 使得

$$Q_i J_i = [R_i \quad 0]^T \quad (3.4.12)$$

式中 R_i 是一个上三角形矩阵。建立正交阵 Q , 定义为

$$Q \triangleq \text{diag}(Q_1, Q_2, \dots, Q_q) \quad (3.4.13)$$

则有

$$QJ_F = \begin{bmatrix} R_1 & & & & D_{11} \\ 0 & & & & D_{12} \\ & R_2 & & & D_{21} \\ & 0 & \ddots & & D_{22} \\ & & \ddots & R_q & \vdots \\ & & & 0 & D_{q1} \\ & & & & D_{q2} \end{bmatrix} \quad (3.4.14)$$

式中 $[D_{i1} \ D_{i2}]^T = Q_i J R_i, \ i = 1, 2, \dots, q$ (3.4.15)

对式 (3.4.14) 进行某种行交换, 即奇行一律提前, 偶行一律调后, 这可用乘以某种行交换方阵 P 来实现。于是由式 (3.4.2) 可写得 $PQ J_F(x_k)(x - x_k) = -PQF(x_k)$ 的矩阵乘积形式为

$$\begin{bmatrix} R_1 & & & & D_{11} \\ & R_2 & & & D_{21} \\ & & \ddots & & \vdots \\ & & & R_q & D_{q1} \\ & & & & D_{12} \\ & & & & D_{22} \\ & & & & \vdots \\ & & & & D_{q2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 - x_{1k} \\ x_2 - x_{2k} \\ \vdots \\ x_q - x_{qk} \\ r - r_k \end{bmatrix} = -PQF(x_k) = \begin{bmatrix} F_{11} \\ F_{21} \\ \vdots \\ F_{q1} \\ F_{12} \\ F_{22} \\ \vdots \\ F_{q2} \end{bmatrix} \quad (3.4.16)$$

$$\begin{bmatrix} D_{12} \\ D_{22} \\ \vdots \\ D_{q2} \end{bmatrix} (r - r_h) = \begin{bmatrix} F_{12} \\ F_{22} \\ \vdots \\ F_{q2} \end{bmatrix} \quad (3.4.17)$$

综上所述, 引入辅助未知量的元件参数解法中, 由于诊断方程的Jacobi矩阵有与式(3.4.3)相同的结构形式, 因此在采用上述分块措施以后, 整个计算并不繁难。

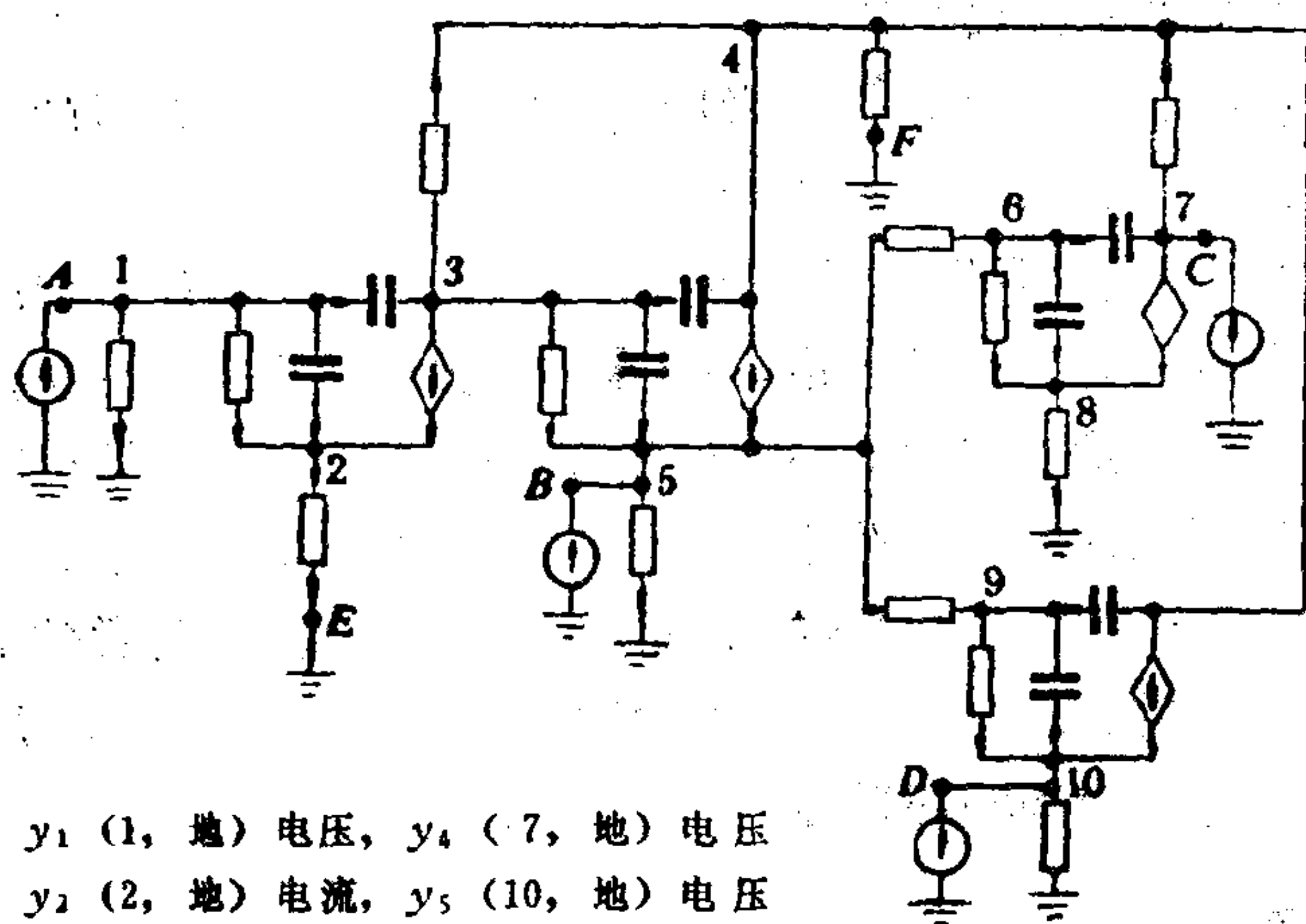


图 3.4.1

77

0.05、0.1、0.2 及 1.0 (rad/s)，都是电流激励。测试所得数据中，一部分是电压响应 y_1 、 y_3 、 y_4 、 y_5 ，另一部分是电流响应 y_2 、 y_6 ，均如图3.4.1所示。

文献[55]介绍的方法是用节点电压方程来描述电路，所得诊断方程中辅助参量为不可及节点上的电压，比较直观。所用激励仍相同，即在节点1、5、7、10上依次加电流激励，而频率仍依次为 0.05、0.1、0.2、1.0 (rad/s)。但测量情况却与前一方法不完全相同，即不测电流响应，而仅测电压响应，分别在节点1、2、4、5、7、10上测量电压，并用QR分块法求解诊断方程。

前后两种求解的所有运算均可在 VAX-11/780机上用单精度进行。实践发现，后者所用CPU机时仅约为前者的百分之一，如表3.4.1所示。[56]

为了了解QR分块算法的益处并比较两种诊断方程的效率，文献[55]也介绍了用CCM诊断方程但加用QR分块算法来求解的方法。实践表明，应用QR分块算法，CPU机时可减少到原机时的十七分之一左右，也如表3.4.1所示。节点电压方程诊断算法和CCM方程诊断算法相比，前者效率较高，可为后者的5~6倍。当电路规模进一步增大时，文献[55]算法对运算时间及存贮量的节省将更为可观。

表 3.4.1

方法 效果	CCM方程 文献[52]	节点电压方程 加QR分块	CCM 方程加 QR分块
CPU时间	17min	11.2s	60.7s
迭代次数	7	9	13

§3.5 网络等效变换法^{〔57〕、〔58〕}

我们知道，利用网络的 $Y-\Delta$ 变换可以消去一个节点。这里将介绍 $Y-\Delta$ 变换的一种推广，它可把一个包含受控源的星形网络变换为一个多边形网络。我们将这种变换用于求解电阻网络的元件参数，其基本思想是利用这种等效变换逐步消去网络中的各个不可及节点，最后得到一个所有节点都可及的网络。若能通过测试值确定这个新网络的各个元件参数，并可通过反变换逐步恢复至原网络的各个不可及节点，则最后就能求得原网络的所有元件参数。

1. 含受控源的星形-多边形变换

设待变换的星形网络为 S ， S 由一个节点 p 及与 p 相关联的一些二端元件及 VCCS 组成。对于受控源，只要其主控支路或受控支路与节点 p 关联，就认为该元件与 p 关联。把 S 中的元件分成 A 、 B 、 C 三类。 A 类元件由二端元件及受控源组成，其中受控支路与主控支路均与 p 关联； B 类元件由受控支路与 p 关联的受控源组成； C 类元件由主控支路与 p 关联的受控源组成。如图 3.5.1 所示。将这三类元件的元件参数分别标识为 a 、 b 、 c 。

从图中可见，星形网络 S 有四个支路均和 p 点相联，依次为 a_1 、 a_2 、 b_3 及 c_4 。该星形网络 S 可以变换为等效的多边形网络。把变换后得到的多边形网络称作 T 。下面给出从 S 到 T 的变换步骤。变换的等效性证明可参考文献〔57〕。

步骤1：移去 S 中的节点 p 及所有元件；

步骤2：按下表生成 T 中的元件；

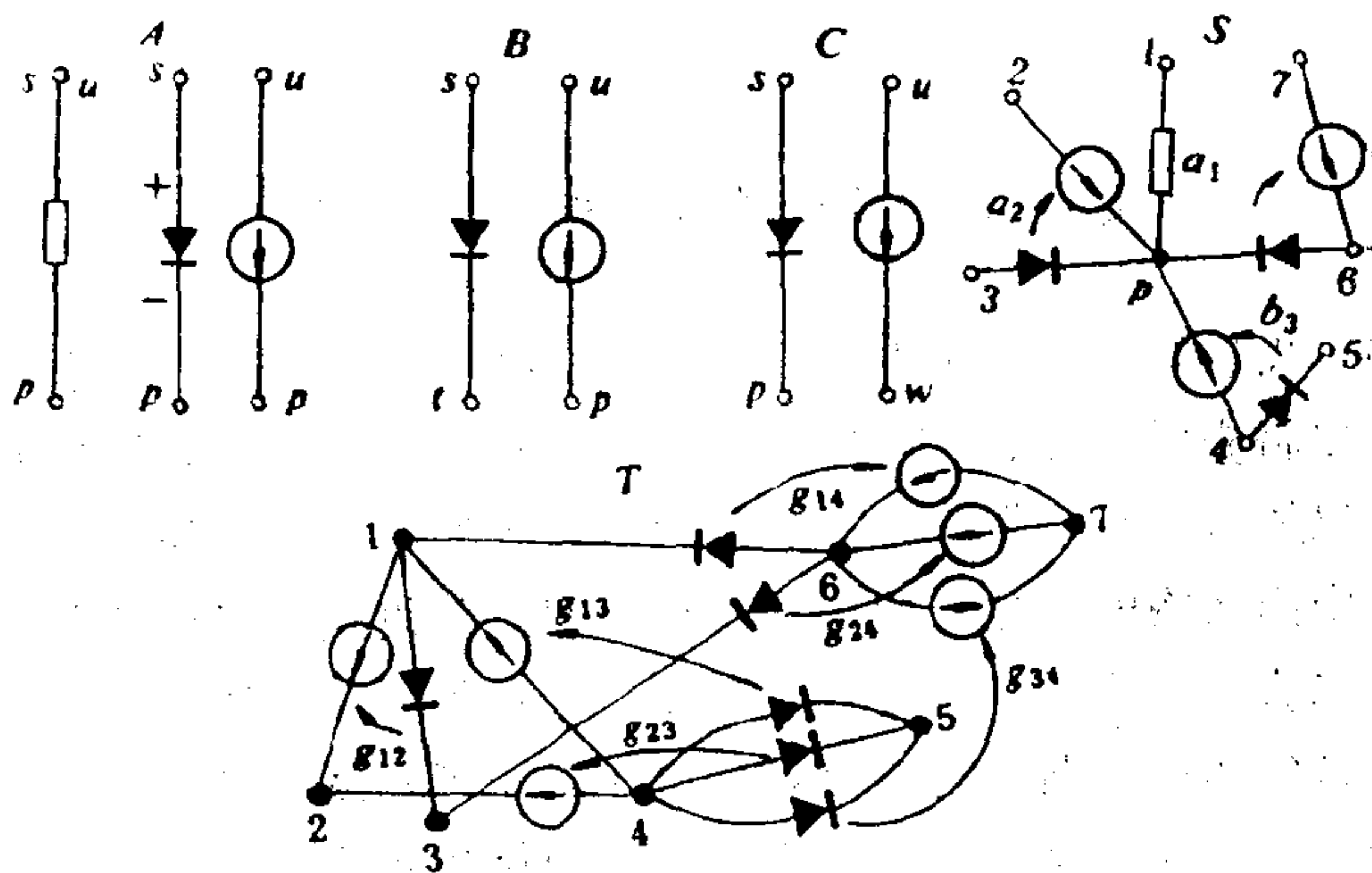


图 3.5.1

S中元件	T中元件	主控支路		受控支路
		+	-	
a_i, a_k	$g_{ik} = a_i a_k / \sigma$	s_j	s_k	u_j, u_k
a_i, b_k	$g_{ik} = a_i b_k / \sigma$	s_k	t_k	u_k, u_j
a_i, c_k	$g_{ik} = a_i c_k / \sigma$	s_k	s_j	u_k, w_k
b_j, c_k	$g_{ik} = b_j c_k / \sigma$	s_j	t_j	w_k, u_k

$$\sigma = \sum_i a_i$$

该表的含义是：对于表中第一列所给的S中任意两个元件的组合，在T中生成一个元件 g_{ik} ，其值如第二列所示。该元件的主控与受控支路在T中所关联的节点分别如表中后两列所示。对于两端元件，可看作是 $s = u$ 的特例。于是例题中各节点 $s_1, u_1, s_2, u_2, s_3, t_3, u_3, s_4, u_4, w_4$ 分别为图中节点1、1、3、2、4、5、4、6、7、6。因此得：

S 中的 a_1, a_2 组合 $\rightarrow$ T 中的 g_{12} , $g_{12} = a_1 a_2 / \sigma$

主控支路：(+) s_i 为节点1, (-) s_k 为节点3;

受控支路: u_i 为始节点1, u_k 为终节点2。

S 中的 a_1 、 b_3 组合 $\rightarrow T$ 中的 g_{13} , $g_{13} = a_1 b_3 / \sigma$

主控支路: (+) s_k 为节点4, (-) t_k 为节点5;

受控支路: u_k 为始节点4, u_i 为终节点1。

S 中的 a_1 、 c_4 组合 $\rightarrow T$ 中的 g_{14} , $g_{14} = a_1 c_4 / \sigma$

主控支路: (+) s_k 为节点6, (-) s_j 为节点1;

受控支路: u_k 为始节点7, w_k 为终节点6。

S 中的 a_2 、 b_3 组合 $\rightarrow T$ 中的 g_{23} , $g_{23} = a_2 b_3 / \sigma$

主控支路: (+) s_k 为节点4, (-) t_k 为节点5;

受控支路: u_k 为始节点4, u_j 为终节点2。

S 中的 a_2 、 c_4 组合 $\rightarrow T$ 中的 g_{24} , $g_{24} = a_2 c_4 / \sigma$

主控支路: (+) s_k 为节点6, (-) s_j 为节点3;

受控支路: u_k 为始节点7, w_k 为终节点6。

S 中的 b_3 、 c_4 组合 $\rightarrow T$ 中的 g_{34} , $g_{34} = b_3 c_4 / \sigma$

主控支路: (+) s_j 为节点4, (-) t_j 为节点5,

受控支路: w_k 为始节点6, u_k 为终节点7。

下面讨论从多边形到星形的反变换。设 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ 是 S 中的元件, α 可为 a 、 b 或 c 。由变换表可知, S 与 T 中元件之间的关系为

$$a_j \alpha_k / \sigma = g_{jk}, \quad j \neq k \quad (3.5.1)$$

对上式取对数, 同时令

$$X_j = \ln(a_j / \sqrt{\sigma}), \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (3.5.2)$$

则有

$$X_j + X_k = \ln g_{jk}, \quad j \neq k \quad (3.5.3)$$

从而可得如下方程组

$$\mathbf{B}\mathbf{X} = \mathbf{d} \quad (3.5.4)$$

其中 $\mathbf{X} = (X_1, X_2, \dots, X_n)^T$, $\mathbf{d} = (\dots \ln g_{jk} \dots)^T$ 。

系数矩阵 $\mathbf{B}$ 的各元素只能取值 0 或 1, 且每行只含两个非零元。

为了使 T 到 S 的反变换存在, 我们要求方程组式 (3.5.4) 可解并且其解是唯一的。若 T 中的元件参数均已知, 则式 (3.5.4) 将含 C^2_n 个方程, 这时肯定可以求得一组唯一的 $\mathbf{X}$ 。但我们在下面将会看到, 当用网络变换法来求元件参数时, 在恢复不可及节点的过程中往往只知道 T 中的部分元件参数。那么在什么情况下才能保证式 (3.5.4) 可解且其解唯一呢? 下面介绍一种方法。

引入一个与式 (3.5.4) 的系数矩阵 $\mathbf{B}$ 相对应的图 G 。 G 的一个顶点对应 S 中的一个元件参数 X_i , 因此 G 有 n 个顶点。 G 的一条边对应 T 中的一个元件参数 g_{ik} , 即式 (3.5.4) 中的一个方程, 这条边关联的顶点为 X_i 及 X_k 。可以证明, 如果 G 中存在这样的一个连通子图 G_s , G_s 包含 G 的所有顶点且正好含有一个边数为奇数 (≥ 3) 的圈, 则方程式 (3.5.4) 存在一组唯一的解, 即 S 中的 n 个元件参数可以唯一地确定。反之亦然。上述子图 G_s 称为 dendroid, 这个结果的详细证明可参考文献 [58]。

2. 利用网络等效变换确定元件参数

设原网络为 N_0 , N_0 的不可及节点分别为 $p_1, p_2, \dots, p_f$ 。现在我们利用上述等效星形-多边形变换, 将这些不可及节点一个一个地消去, 得到一系列的网络 $N_0, N_1, \dots, N_j, \dots, N_f$ 。这里 N_{j+1} 是 N_j 中消去一个不可及节点后所得的网络, N_f 是最后的不含不可及节点的网络。若根据测试结果能确定 N_f 中的全部或部分元件参数, 并且对 $j = f, f-1, \dots, 1$, 存在 N_j 到 N_{j-1} 的反变换, 则我们就可逐步恢复在正变换过程中消去的不可及节点, 最后求得 N_0 中的各元件参数。

前已指出，在从 T 到 S 的反变换过程中，并不是 T 中的所有元件参数都是已知的，这是因为当 N_{j-1} 消去一个不可及节点变为 N_j 时， N_{j-1} 中不属于 S 的元件在 N_j 中可能会与 T 中的某些元件并联，显然，这时 T 中对应的部分元件的参数是未知的。另外，在最后的网络 N_j 中，虽然所有节点都可及，但实际测试时并不一定测出各转移阻抗或导纳。在这些情况下，根据前面的讨论，只要图 G 与 T 中元件参数已知的边组成的子图 G' 包含一个 dendroid，则 S 中的元件参数仍可唯一地确定。若 G' 不含有 dendroid，但存在 G' 的一个子图，该子图包含一个它自身的 dendroid，则我们仍可从式(3.5.4)中解出对应于该 dendroid 的顶点的部分 X 变量。由这些 X 变量又可通过式(3.5.3)求得 T 中的一些未知元件参量。这些新得到的 T 中的参量可以形成另一个 $G'' \supset G'$ ，若 G'' 中包含一个更大的 dendroid，则我们又可以确定更多的 X 变量。重复这个过程可以求得越来越多的 X 变量。如果对应 A 类元件的所有 X 变量都能确定，那么就可以求得 σ ，从而确定 S 中的全部或大部分元件参数。

利用上述过程中新确定的 T 中的元件参数，我们又可以求到部分 N_j 中与 T 并联的 N_{j-1} 的元件参数，这样在进行下一次反变换时就有了更多的已知元件。下面用一个简单的例子说明用网络变换法求元件参数的基本过程。

例：仍考虑图3.3.1的电路。消去其中的节点5，得 N_1 如图3.5.2(b)所示。消去节点6，得 N_2 如图3.5.2(c)所示。

设 N_2 中的所有元件参数都可由测试获得。下述方程

$$X_3 + X_5 = \ln Y_{24}$$

$$X_3 + X_8 = \ln Y_{23}$$

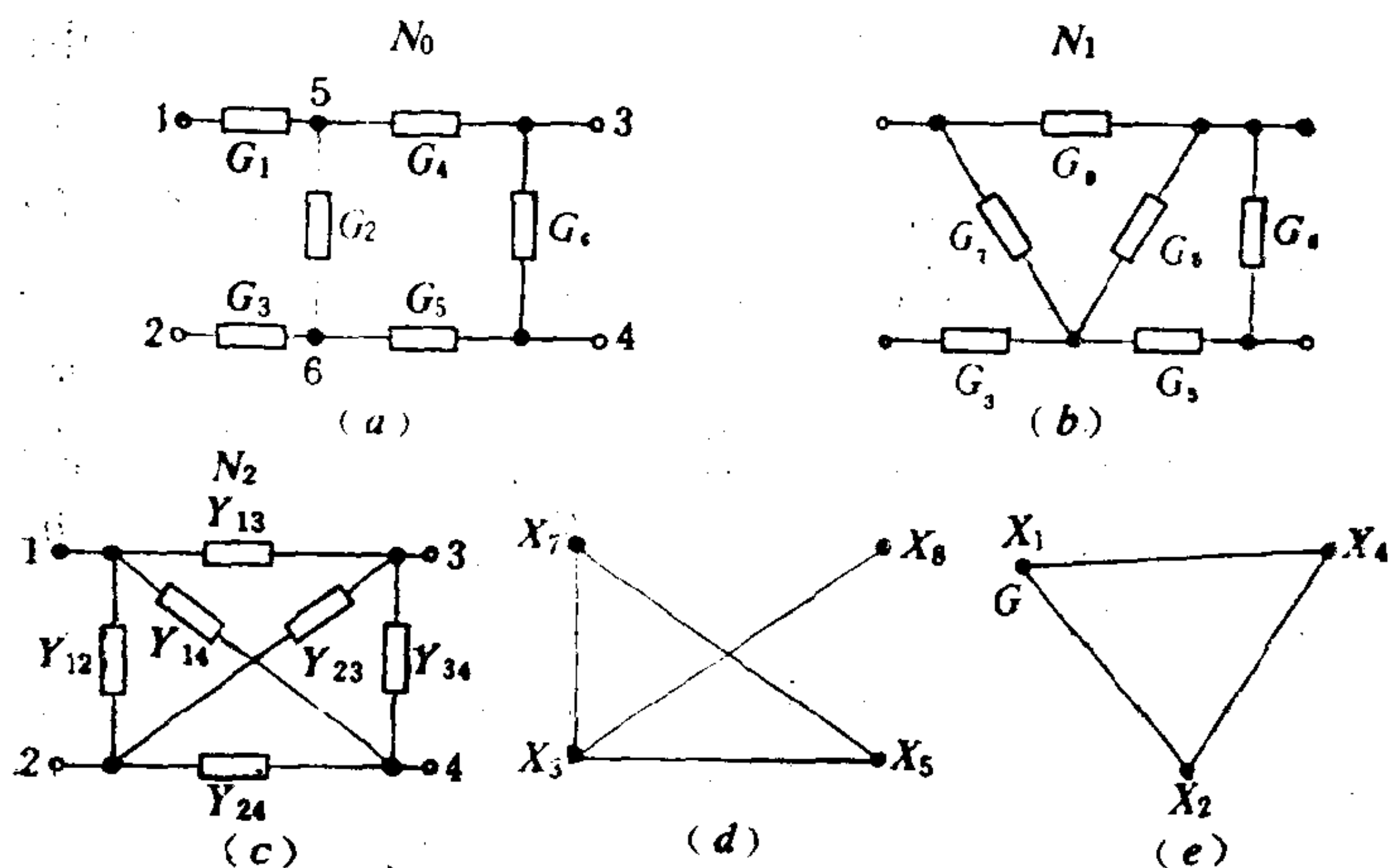


图 3.5.2

$$X_5 + X_7 = \ln Y_{14} \quad X_3 + X_7 = \ln Y_{12}$$

$$X_i = \ln \frac{G_i}{\sqrt{\sigma_1}}, \quad i = 3, 5, 7, 8$$

$$\sigma_1 = G_3 + G_5 + G_7 + G_8$$

对应的图 G 如图3.5.2(d)所示,显然这是一个 dendroid。因此可以从中解出 X_3 、 X_5 、 X_7 、 X_8 并求得 G_3 、 G_5 、 G_7 、 G_8 ,从而可由 N_2 恢复为 N_1 。在 N_1 中, G_7 、 G_8 已知, $G_9 = Y_{13} - G_7 G_8 / \sigma$,又下述方程

$$X_1 + X_2 = \ln G_7$$

$$X_2 + X_4 = \ln G_8$$

$$X_1 + X_4 = \ln G_9$$

$$X_i = \ln \frac{G_i}{\sqrt{\sigma_2}}, \quad i = 1, 2, 4$$

$$\sigma_2 = G_1 + G_2 + G_4$$

对应的图 G 如图3.5.2(e),也是一个 dendroid,故 G_1 、 G_2 、 G_4 亦能求出。最后得到 $G_6 = Y_{34} - G_5 G_8 / \sigma_1$ 。

§3.6 获得线性诊断方程的条件^{[59]~[62]}

前面曾经指出,网络响应与元件参量之间关系的复杂性是随着可测节点的增加而降低的。因此可以设想,当可测节点足够多时,故障诊断方程将是线性的。这一节主要讨论在求解元件参数时获得线性诊断方程的条件。

对于一个具有 n_b 个支路元件的网络,如果在只有一个激励的情况下可以提供 n 个节点电压及另外独立的 $(n_b - n)$ 个电流的测量值,例如该待测网络的树支电压及链枝电流的数值,则可以用线性方程求出所有 n_b 个元件参数。

如果所有节点均可激励并均可测量,那么这时的 $\mathbf{V}^n$ 可有 n^2 个元素值。考虑到正常电路中 $\mathbf{Y}_n$ 的非奇异性,可推知该 $\mathbf{V}^n$ 矩阵也是非奇异的,因此可以由 $\mathbf{Y}_n = \mathbf{I}^n (\mathbf{V}^n)^{-1}$ 来确定全部元件参数。

以上两种情况对求解元件参数固然十分方便,但对可测性要求未免太高。事实上,在保持诊断方程为线性的前提下,这么苛刻的可测性条件并不是必要的。也就是说,前述两种情况对电路可测端所得信息的利用是不充分的,应该进一步降低对可测性的要求。下面先考虑全部节点电压可测量而只有部分节点可激励的情况。

(一) 全部节点可测量

设节点电压矢量为 $\mathbf{V}^n$,则各支路电压为 $\mathbf{A}^T \mathbf{V}^n$ 。令

$$\mathbf{V}^b = \text{diag}(V^{b_1} \ V^{b_2} \ \cdots \ V^{b_{n_b}}) \quad (3.6.1)$$

$$\mathbf{y}_b = [y_1 \ y_2 \ \cdots \ y_{n_b}]^T \quad (3.6.2)$$

由KCL得

$$\mathbf{A} \mathbf{V}^b \mathbf{y}_b = \mathbf{I}^n \quad (3.6.3)$$

设该网络的第 $1, 2, \dots, l$ 节点可激励, 于是有 $(l \times n)$ 个诊断方程。再考虑多频测试 q , 则可得更多方程。何况复数方程中实部及虚部分离后, 方程数又增加一倍。此时可得的方程数为 $2n l q$ 。总之, 在满足独立诊断方程数大于等于 n_b 的条件下, 便能求解 n_b 个元件参数。

例: 在图 3.6.1 所示的直流电路中, 当节点1及3分别施

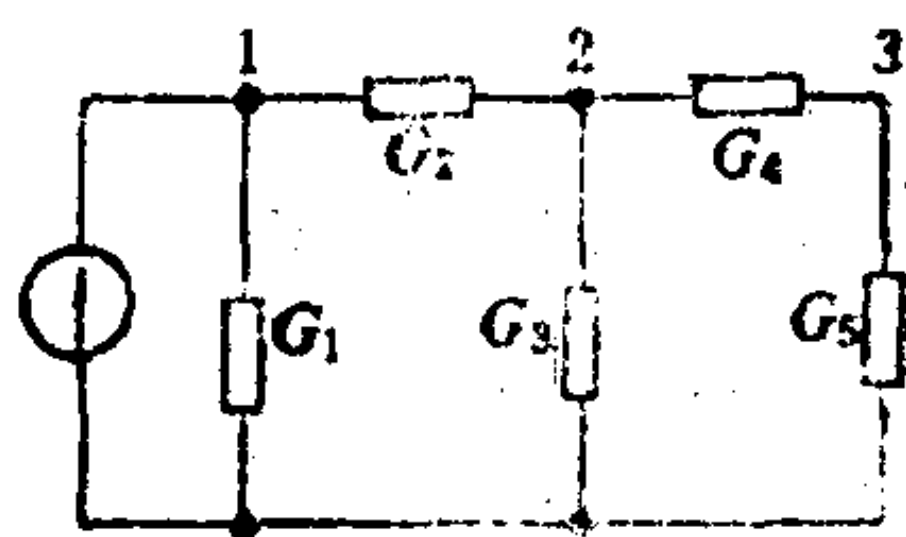


图 3.6.1

加单位激励时, 测得各支路电压分别为 $\left[\frac{5}{8}, \frac{2}{8}, \frac{1}{8}, \right.$

$\left. \frac{3}{8}, \frac{1}{8} \right]$ 及 $\left[\frac{1}{8}, \frac{2}{8}, \frac{5}{8}, \frac{-1}{8}, \frac{-3}{8} \right]$, 故可列出

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \text{diag} \left[\frac{5}{8}, \frac{2}{8}, \frac{1}{8}, \frac{3}{8}, \frac{1}{8} \right]$$

$$\times \begin{bmatrix} G_1 \\ G_2 \\ G_3 \\ G_4 \\ G_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

及

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \text{diag} \begin{bmatrix} \frac{1}{8} & \frac{2}{8} & \frac{5}{8} & \frac{-1}{8} & \frac{-3}{8} \end{bmatrix} \\ \times \begin{bmatrix} G_1 \\ G_2 \\ G_3 \\ G_4 \\ G_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

将上两式联立求解，即得

$$\begin{bmatrix} 5/8 & 0 & 0 & 3/8 & 0 \\ 0 & 2/8 & 0 & -3/8 & 1/8 \\ 0 & 0 & 1/8 & 0 & -1/8 \\ 1/8 & 0 & 0 & -1/8 & 0 \\ 0 & 2/8 & 0 & 1/8 & -3/8 \\ 0 & 0 & 5/8 & 0 & 3/8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} G_1 \\ G_2 \\ G_3 \\ G_4 \\ G_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

可解得 $G_1 = G_2 = G_3 = G_4 = G_5 = 1$ 。这里 $n_b = 5$, $q = 1$, $n = 3$, 所以 $l = 2 > 5/3$, 因此只用二个节点的激励已足够了。

(二) 激励点的充要条件[61]、[62]

下面讨论这样一个问题：仍假设所有节点可测，但为了唯一地确定网络元件参数，必须至少在哪些节点上施加激励电流？这个问题可求助于拓扑图论。其基本思路是在辨识独立割集 (sequence of independent cutset) 序列 CS_i , $i = 1, 2, \dots, n_t$, 以使 CS_i , $i = 1, 2, \dots, n_t$ 中各支路的元件值可由所测节点电压值序列地 (sequentially) 确定。显然，如果所有元件值能够序列地确定，这些割集的并将是网络支路全集。

将节点电压方程写成下列转置形式

$$(\mathbf{V}^n)^T (\mathbf{Y}_n)^T = \mathbf{1}_{n_t} \quad (3.6.4)$$

设 $(V^n)^T$ 乘以 Y_n^T 的第 j 列, 则有

$$(V^n)^T Y_j = \begin{bmatrix} (V^n_1)^T \\ (V^n_2)^T \\ \vdots \\ (V^n_{i_1})^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_{j_1} \\ Y_{j_2} \\ \vdots \\ Y_{j_{i_1}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 1 \\ \vdots \end{bmatrix}_j = e_j \quad (3.6.5)$$

Y_j 中的元素有些是零或已知值, 其余 k 个未知元素记为 $Y_{ji_1}, Y_{ji_2}, \dots, Y_{ji_k}$, 它们可由集 $I_C = \{i_1, i_2, \dots, i_k\}$ 辨识。 $Y_{j_2} (i \in I_C)$ 构成的集称作退化割集。将上式中 Y_j 的已知项移到等式右边, 则得

$$(V^n)^T \begin{bmatrix} 0 \\ Y_{ji_1} \\ Y_{ji_2} \\ \vdots \\ Y_{ji_k} \\ 0 \end{bmatrix} = (V_C^n)^T Y_j^C = e_j^C \quad (3.6.6)$$

式中 $(V_C^n)^T$ 是由 $(V^n)^T$ 中的 $i \in I_C$ 的列组成, e_j^C 是式(3.6.5)中右边 e_j 修正后组成的矢量。 Y_j^C 是退化割集导纳矢量。为确定 Y_j^C , 需从上式中找得 k 行, 使得所得 $(V_C^n)^T$ 的子方阵是非奇异的, 且其对应的右边矢量是非零的。令 I_B 是这些方程的行标识集, 于是上式可写成

$$V_{BC}^T Y_j^C = e_{jB}^C \quad (3.6.7)$$

其中 V_{BC}^T 是 $(V_C^n)^T$ 中属于 I_B 的那些行组成的子矩阵, e_{jB}^C 是 e_j^C 中对应的元素组成的子矢量。若 V_{BC}^T 非奇异, 就可从上式解出 Y_j^C 。由式(3.6.4)可得

$$(V^n)^T = (Y_n^T)^{-1} \quad (3.6.8)$$

从中取 B 行及 C 列, 则有

$$\mathbf{V}_{BC}^T = (\mathbf{Y}_n^T)_{BC}^{-1} \quad (3.6.9)$$

由此可见,当且仅当 $(\mathbf{Y}_n^T)^{-1}_{BC}$ 非奇异, $\mathbf{V}_{BC}^T$ 才是非奇异矩阵。由矩阵理论可知,这意味着自 $\mathbf{Y}_n$ 删去 B 行及 C 列所得的 $\mathbf{Y}_{\overline{BC}}$ 矩阵也是非奇异的。可以看到, $(\mathbf{V}^n)^T$ 的 B 行相应于由 I_B 标识的节点子集上所加的不同激励。

考虑到 $I_{Cj}(j=1, 2, \dots, n_i)$ 集的序列相当于网络中退化割集的序列,可有定理:如若加在网络节点子集 I_A 上的独立激励对 $\mathbf{Y}_n$ 中所有元件的识别是充分的,则

$$\forall I_{Cj} \exists I_{Bj} \subset I_A | \mathbf{Y}_{\overline{Bj}, \overline{Cj}} | \neq 0 \quad (3.6.10)$$

这里 I_A 是注入节点或激励节点集。在上例中,即 $I_A = \{1, 3\}$,考虑到 $I_{C1} = \{1\}$, $I_{C2} = \{3\}$, $I_{C3} = \{2\}$,及相应的序列 $I_{B1} = \{1\}$, $I_{B2} = \{3\}$, $I_{B3} = \{1\}$,可使 $I_{Bj} \subset I_A$ 。由上述定理可知,该网络中元件 $G_1 \sim G_5$ 几乎都满足 $|\mathbf{Y}_{\overline{Bj}, \overline{Cj}}| \neq 0, j=1, 2, 3$,只在极少的某些值时才为零。

§3.7 非线性电路的元件参数解法^{[63],[64]}

含有非线性元、器件的电路称为非线性电路。对于非线性元、器件,若能获得其特性的解析表达式,则该非线性电路的故障诊断方程不难同时建立。但是在§3.1节中已经指出,在非线元、器件特性的解析表达式中,有必要元件参数 r 与激励信号 u 之间需独立无关,这时式(3.1.1)的故障诊断方程才能建立。总之,不论电路是线性的或非线性的, r 与 u 独立无关都是必要条件。在此条件下,§3.1节的讨论才可应用。因此,如何找到与激励信号 u 无关的元件参数 r ,以表示元、器件的特性是求解非线性电路元件参数的第一个关键问题。

在 §3.2 讨论线性电路的节点电压方程法及伴随网络法时，已经知道在后一方法中可以不用写出电路诊断方程的解析表达式 $F(x)$ ，并可以直接建立该诊断方程 $F(x)$ 的 Jacobi 矩阵 J_F 并计算其值。事实上，伴随网络法还可以适用于非线性电路中求各元件的灵敏度，这对于利用元件参数法解非线性电路是很有利的，可以减省许多不必要的过程。在某种激励情况下的 $F(x)$ 及 $J_F(x)$ 分别可由响应及元件参量对响应的灵敏度来表达。现在的问题是如何用伴随网络法来求得非线性电路在一定激励下元件参量对响应的灵敏度，这是求解非线性电路元件参数的又一个关键问题。为此，我们先研究各种常见的非线性元器件的特性表达式，再讨论如何由伴随网络法计算各种灵敏度。

为不失一般性，可以普通晶体管为例来说明非线性器件的特性表达式及其伴随网络。一个 NPN 晶体管的伏安特性通常可由其 Ebers Moll 模型表示，如图 3.7.1 所示。图中可得

$$\left. \begin{aligned} i_e(V_{be}, V_{bc}) &= I_{es}(e^{\lambda V_{be}} - 1) - \alpha_r I_{cs}(e^{\lambda V_{bc}} - 1) \\ i_c(V_{be}, V_{bc}) &= -\alpha_F I_{cs}(e^{\lambda V_{be}} - 1) + I_{cs}(e^{\lambda V_{bc}} - 1) \end{aligned} \right\} \quad (3.7.1)$$

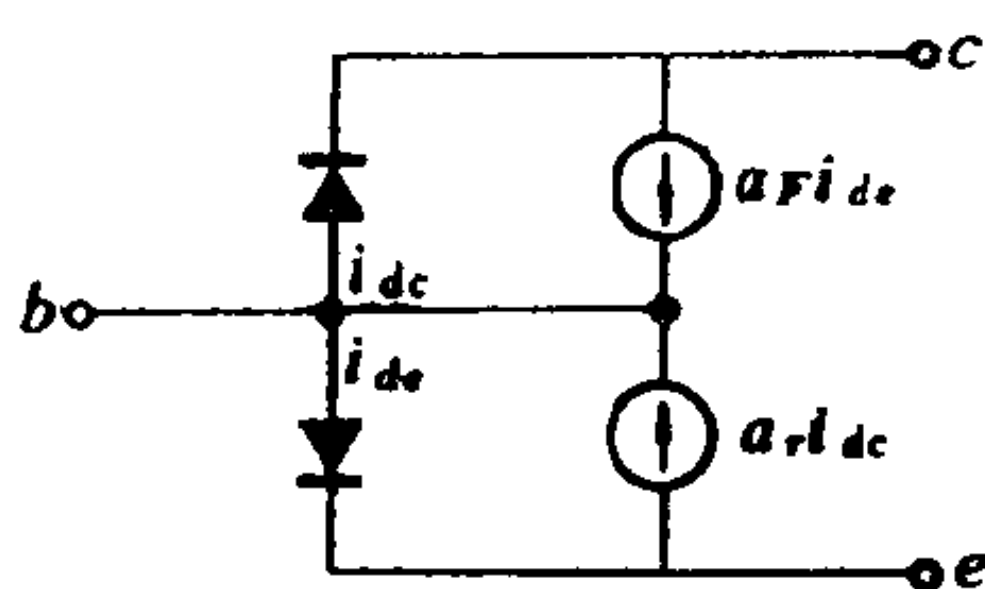


图 3.7.1

由式 (3.7.1) 中可见，该非线性器件的元件参量 $r = [I_{es}, I_{cs}, \alpha_F, \alpha_r, \lambda = q/KT]^T$ 均与激励信号 $u = [V_{be}, V_{bc}]^T$ 独立无关。

对式 (3.7.1) 应用Tellegen定理, 可得

$$dV_{be}\hat{i}_e - di_e(V_{be}, V_{bc})\hat{V}_{be} + dV_{bc}\hat{i}_c - di_c(V_{be}, V_{bc})\hat{V}_{bc} = 0 \quad (3.7.2)$$

或

$$dV_{be}\hat{i}_e - \left(\frac{\partial i_e}{\partial V_{be}} dV_{be} + \frac{\partial i_e}{\partial V_{bc}} dV_{bc} \right) \hat{V}_{be} + dV_{bc}\hat{i}_c - \left(\frac{\partial i_c}{\partial V_{be}} dV_{be} + \frac{\partial i_c}{\partial V_{bc}} dV_{bc} \right) \hat{V}_{bc} = 0$$

整理后可得

$$\begin{bmatrix} \hat{i}_e \\ \hat{i}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial i_e}{\partial V_{be}} & \frac{\partial i_e}{\partial V_{bc}} \\ \frac{\partial i_c}{\partial V_{be}} & \frac{\partial i_c}{\partial V_{bc}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{V}_{be} \\ \hat{V}_{bc} \end{bmatrix} \quad (3.7.3)$$

在晶体管中, 若令

$$\mathbf{I} = \begin{bmatrix} i_e \\ i_c \end{bmatrix}, \quad \hat{\mathbf{I}} = \begin{bmatrix} \hat{i}_e \\ \hat{i}_c \end{bmatrix}, \quad \mathbf{V} = \begin{bmatrix} V_{be} \\ V_{bc} \end{bmatrix}, \quad \hat{\mathbf{V}} = \begin{bmatrix} \hat{V}_{be} \\ \hat{V}_{bc} \end{bmatrix} \quad (3.7.4)$$

则式 (3.7.3) 可简化为

$$\hat{\mathbf{I}} = \left[\frac{\partial \mathbf{I}}{\partial \mathbf{V}} \right]^T \hat{\mathbf{V}} \quad (3.7.5)$$

上式具有普遍意义: 原网络 N 是非线性网络, 因此描述其特性的方程是非线性方程 $\mathbf{I} = \mathbf{f}(\mathbf{V})$, 但其伴随网络 $\hat{N}$ 却总是线性的, 其特性可用原特性 $\mathbf{I} = \mathbf{f}(\mathbf{V})$ 小讯号线性化后所得矩阵的转置形式表达。

事实上, 图 3.2.2 中所示的各种线性受控源参量的伴随网络也符合式 (3.7.5), 因此图 3.2.2 所示的伴随结构在非线性的情况下完全适用。总之, 多口参量的伴随网络只能用式

(3.7.5) 的形式。

至于单口参量, 例如 R 、 L 、 C 非线性元件参量, 由式 (3.7.5) 可见, 在伴随网络 $\hat{N}$ 中只需将其取值改变为原特性工作点的斜率即可, 转置后仍与原来形式相同, 所以单口参量的伴随网络实际上不存在转置问题。

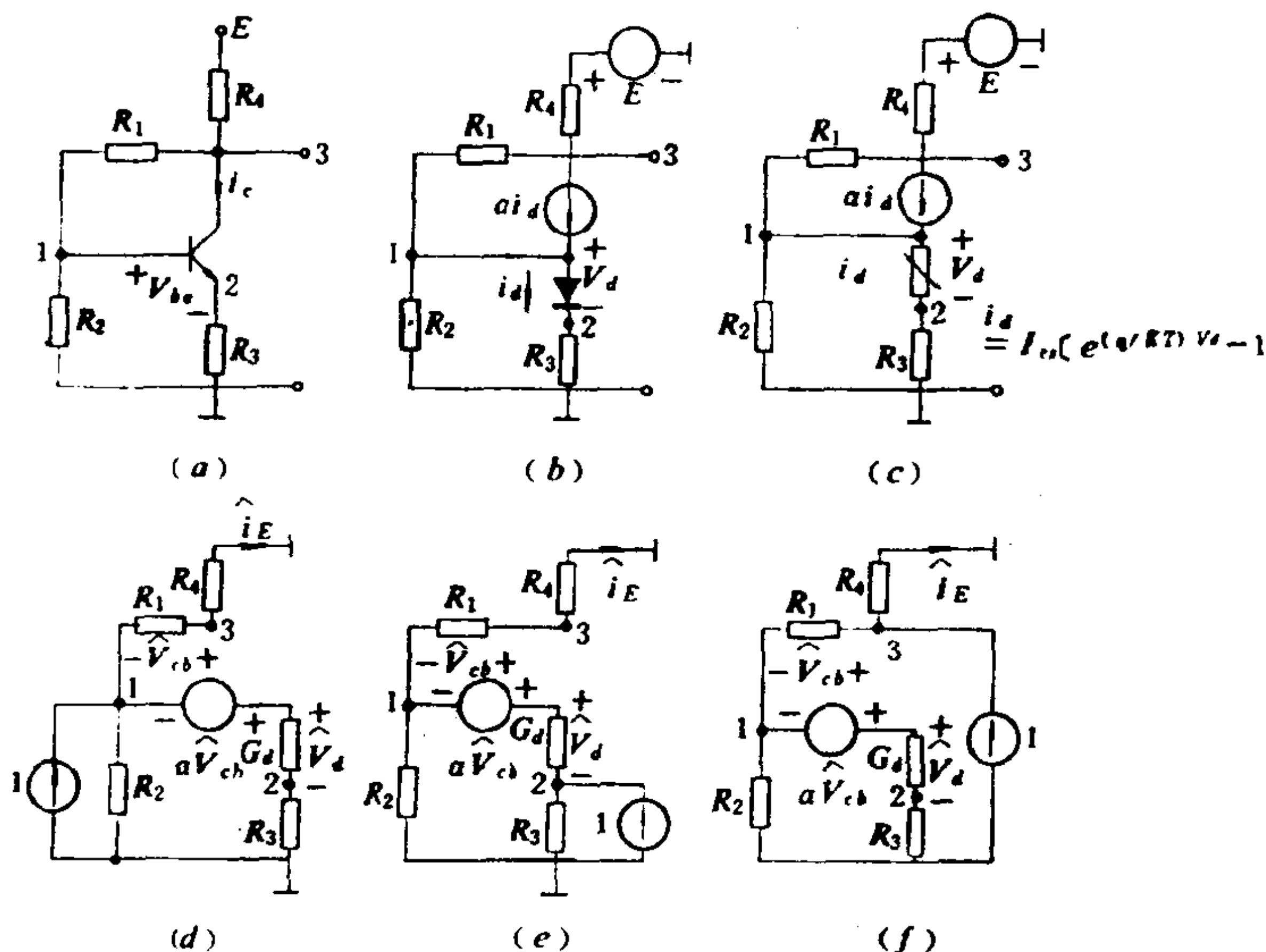


图 3.7.2

下面从非线性器件着手进一步讨论非线性电路。设在图 3.7.2(a) 所示电路中各线性元件参数的标称值 $R_1 = 20\text{k}\Omega$, $R_2 = 3\text{k}\Omega$, $R_3 = 300\Omega$, $R_4 = 5\text{k}\Omega$, $E = 10\text{V}$ 。由于晶体管工作在正常放大区, 因此可略去式 (3.7.1) 中的 I_{CS} 项, 即可用简化的 Ebers Moll 模型表示其伏安特性, 从而可绘得其等效电路如图 3.7.2(b) 所示。图中 i_d 及 v_d 表示非线性 PN 结, 这样, 图 3.7.2(b) 又可绘成图 3.7.2(c) 所示的原网络 N 。其中单口线性元件 R 、 L 、 C 在它的伴随网络 $\hat{N}$ 中均应保持与在原网

络 N 中相同；但 N 中的独立源在 $\hat{N}$ 中不再存在，即电压源短路，电流源开路； N 中的单口非线性参量在 $\hat{N}$ 中用小信号斜率代替。因图3.7.2(c)中 $i_d = I_{es}(e^{(q/KT)v_d} - 1)$ ， $v_d = V_{be} = V_1 - V_2$ ，故其小信号线性化斜率为 $G_d = \partial i_d / \partial v_d = (qI_{es}/KT)e^{(q/KT)v_d}$ 。 $\hat{N}$ 中的受控源按转置的小信号形式处理，即参照图3.2.2所示规则处理。在 $\hat{N}$ 中，相应于 N 的响应端，即测试电压端，分别接入一负单位电流源，因此伴随网络 $\hat{N}$ 可有图3.7.2(d)、(e)、(f)三种情况，分别代表可测端为节点1、2、3的三种情况。

对于原网络 N ，可写得其节点导纳矩阵为

$$\begin{bmatrix} G_1 + G_2 & 0 & -G_1 \\ 0 & G_3 & 0 \\ -G_1 & 0 & G_4 + G_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V'_1 \\ V'_2 \\ V'_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\alpha - 1)i'_d \\ i'_d \\ -\alpha i'_d + EG_4 \end{bmatrix} \quad (3.7.6)$$

式中上角注“'”表示迭代后的值，它与本次值之间的关系为

$$\begin{aligned} (i'_d - i_d) &= G_d(v'_d - v_d) \\ &= G_d[(V'_1 - V'_2) - (V_1 - V_2)] \end{aligned} \quad (3.7.7)$$

因此式(3.7.6)可写成

$$\begin{aligned} &\begin{bmatrix} G_1 + G_2 + (1 - \alpha)G_d & -(1 - \alpha)G_d & -G_1 \\ -G_d & G_3 + G_d & 0 \\ -G_1 + \alpha G_d & -\alpha G_d & G_4 + G_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V'_1 \\ V'_2 \\ V'_3 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} (\alpha - 1)[i_d - G_d(V_1 - V_2)] \\ i_d - G_d(V_1 - V_2) \\ -\alpha[i_d - G_d(V_1 - V_2)] + EG_4 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.7.8)$$

对于图3.7.2(d)、(e)、(f)所示的 $\hat{N}$ 网络，可写得其节

点电压导纳方程如下

$$\begin{bmatrix} G_2 + G_1 + (1 - \alpha)G_d & -G_d & -G_1 + \alpha G_d \\ (\alpha - 1)G_d & G_3 + G_d & \alpha G_d \\ -G_1 & 0 & G_4 + G_1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \hat{V}_{11} & \hat{V}_{12} & \hat{V}_{13} \\ \hat{V}_{21} & \hat{V}_{22} & \hat{V}_{23} \\ \hat{V}_{31} & \hat{V}_{32} & \hat{V}_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (3.7.9)$$

比较上述二式，可见它们的矩阵相互转置。在上两式中代入 $G_1 = 1/R_1$ 、 $G_2 = 1/R_2$ 、 $G_3 = 1/R_3$ 、 $G_4 = 1/R_4$ 、 E 、 α 、 I_{es} 、 T 等具体初值，从初猜值 $V_d = V_1 - V_2$ 开始，根据 $i_d = I_{es}(e^{\lambda v_d} - 1)$ 及 $G_d = I_{es}\lambda e^{\lambda v_d}$ 各式，对式 (3.7.8) 不断进行迭代，最终可求得原网络 N 中各支路的电压值及电流值。

例如，当晶体管的 $I_{es} = 1.0^{-9} \text{A}$ ， $\lambda = 40$ ， $\alpha = 0.98$ 时，可算得

$$\begin{aligned} V_1 &= 0.59027 \text{V} & V_2 &= 0.2495 \text{V} \\ V_3 &= 4.858 \text{V} & i_e &= 0.83173 \text{mA} \end{aligned}$$

然后根据式 (3.7.9)，计算在不同响应端接有负单位电流时的伴随网络 $\hat{N}$ 中的各节点电压。例如当考虑节点 3 为响应端时（参照图 3.7.2(f)），可求得

$$\begin{aligned} \hat{V}_{13} &= 11.3674 \text{V} & \hat{V}_{23} &= -1.333 \text{V} \\ \hat{V}_{33} &= -1.7265 \text{V} & \hat{i}_{e3} &= -4.4438 \text{mA} \end{aligned}$$

因此各电阻（以 $\text{k}\Omega$ 为单位）对节点 3 上电压的灵敏度为

$$\frac{\partial V_3}{\partial R_1} = i_1 \cdot \hat{i}_{13} = \frac{V_3 - V_1}{R_1} \cdot \frac{\hat{V}_{33} - \hat{V}_{13}}{R_1} = 0.1398$$

$$\frac{\partial V_3}{\partial R_2} = i_2 \cdot \hat{i}_{23} = \frac{V_1}{R_2} \cdot \frac{\hat{V}_{13}}{R_2} = 0.745$$

$$\frac{\partial V_3}{\partial R_3} = i_3 \cdot \hat{i}_{33} = \frac{V_2}{R_3} \cdot \frac{\hat{V}_{23}}{R_3} = 3.695$$

$$\frac{\partial V_3}{\partial R_4} = i_4 \cdot \hat{i}_{43} = \frac{V_3 - E}{R_4} \cdot \frac{\hat{V}_{33}}{R_4} = 0.356$$

又可得

$$\frac{\partial V_3}{\partial E} = \hat{i}_E = \frac{\hat{V}_{33}}{R_4} = -0.3453$$

$$\frac{\partial V_3}{\partial \alpha} = i_d (\hat{V}_{33} - \hat{V}_{13})$$

$$= I_{es} [e^{\lambda(V_1 - V_2)} - 1] (\hat{V}_{33} - \hat{V}_{13}) = -10.891$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial V_3}{\partial T} &= \frac{\partial [I_{es} (e^{qV_d/KT} - 1) \hat{V}_{d3}]}{\partial T} \\ &= \frac{-qV_d I_{es} e^{qV_d/KT}}{KT^2} \hat{V}_{d3} = 0.0051 \end{aligned}$$

上式是在认为 T 与 α 及 I_{es} 无关时建立的，其中

$$\begin{aligned} \hat{V}_{d3} &= \hat{V}_{13} - \hat{V}_{23} + \alpha(\hat{V}_{cb}) \\ &= \hat{V}_{13} - \hat{V}_{23} + \alpha(\hat{V}_{33} - \hat{V}_{13}) \end{aligned}$$

相应地从图3.7.2(d)中的 $\hat{V}_{11}$ 、 $\hat{V}_{21}$ 、 $\hat{V}_{31}$ 和图3.7.2(e)中的 $\hat{V}_{12}$ 、 $\hat{V}_{22}$ 、 $\hat{V}_{32}$ 可求得各 $\partial V_1/\partial r$ 及 $\partial V_2/\partial r$ 值。求得这些灵敏度，便可建立初始状态下（即标称值状态下）的 **Jacobi** 矩阵。显然，上述 J_F 的行数太少，仅三行，难以求得各未知量 $\Delta x = [\Delta R_1, \Delta R_2, \Delta R_3, \Delta R_4, \Delta E, \Delta \alpha, \Delta T]^T$ 。

考虑到该电路是非线性的，因此可把其中的 E 视作激励信号源。上述计算是在 $E = 10\text{V}$ 时求得的，当然也可在 $E \neq 10\text{V}$ 时，例如 $E = 5\text{V}$ 或 15V 时再建立有关的诊断方程式，这样不难获得足够的诊断方程数，获得满秩的 J_F 。

下面给出根据上述原理求解元件参数的算法的一般步骤：

1. 恰当选择一组元件参数值 r^0 作为迭代初值，通常可取原非线性网络 N 的标称值；

2. 设已取得第 k 次迭代的 r^k ($k = 0, 1, 2, \dots$)；

(a) 在 $r = r^k$ 时用数值计算迭代求出原非线性网络 N 的响应（即各可测节点上的电压值），作为 $F(x^k)$ ，同时求出各支路电压及电流值；

(b) 用原特性小信号矩阵转置的规律求得线性伴随网络 $\hat{N}$ ，并在不同响应点上分别施以负单位电流激励，求得各 $\hat{N}$ 的支路电压及电流值。

(c) 根据由(a)、(b)所求得各支路电压及电流值，求得各元件参量在不同激励下对响应的灵敏度，形成Jacobi矩阵 $J_F(x^k)$ 。

(d) 由 $F(x^k)$ 及 $J_F(x^k)$ ，通过式(3.1.12)求得 x^{k+1} 。

(e) 判断是否符合迭代终止条件，若不符合条件，则重复步骤2，直至符合迭代终止条件为止。此时的 r 即为所求得的解 r^* 。

用这种方法虽然可以不列出诊断方程 $F(x)$ 的解析式，但 r 的求解计算还是比较复杂繁难的，因为其中存在着双重迭代：一是在 $r = r^k$ 时求原非线性网络的各变量（电压、电流）的迭代，一是从 r^0 至 r^k 以至 r^* 的各次迭代。而且当非线性电路中包含有储能元件 C 或 L 时，事实上存在三重迭代。可是

无论怎样，在求解非线性电路时，该方法仍不失为一有效方法。

习 题

3.1 试用节点电压方程法求图3.0.1中所示电路的诊断方程组及其Jacobi矩阵，并讨论其可诊断性。请分别用 $Y(s, r)$ 、 $Z(s, r)$ 进行讨论。

3.2 试用伴随网络法求图3.0.1中所示电路的诊断方程组及其Jacobi矩阵，并讨论其可诊断性。请分别用 $Y(s, r)$ 、 $Z(s, r)$ 进行讨论。

3.3 在图3.3.1所示的网络中，测得 $y_{12} = 1/11$ ， $y_{13} = 20/33$ ， $y_{14} = 5/33$ ， $y_{23} = 4/11$ ， $y_{24} = 35/22$ 。试求各G值。

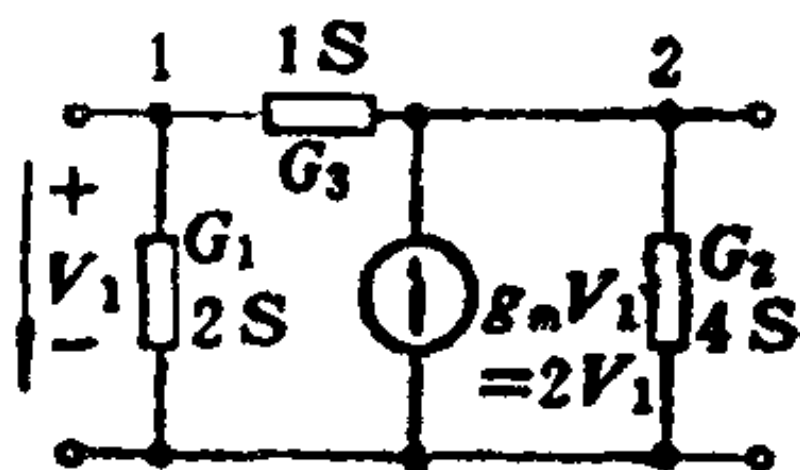


图 3.0.1

3.4 能否用 §3.3 的算法求解图 3.0.1 所示电路？为什么？

3.5 对图3.4.1所示电路，当用 CCM 诊断算法，图中施以 u_1 、 u_2 、 u_3 、 u_4 四个激励，测试 y_1 、 y_2 、 y_3 、 y_4 、 y_5 、 y_6 六个响应时，其诊断方程的 Jacobi 矩阵 J_F 有多少行？多少列？

当用节点电压方程算法，在 1、5、7、10 四个节点上加电流激励，在 1、2、4、5、7、10 六个节点上测电压，其诊断方程的 Jacobi 矩阵有多少行？多少列？

3.6 若有星形电路如图3.0.2所示, 试求其 $Y \rightarrow \Delta$ 变换电路 T 。

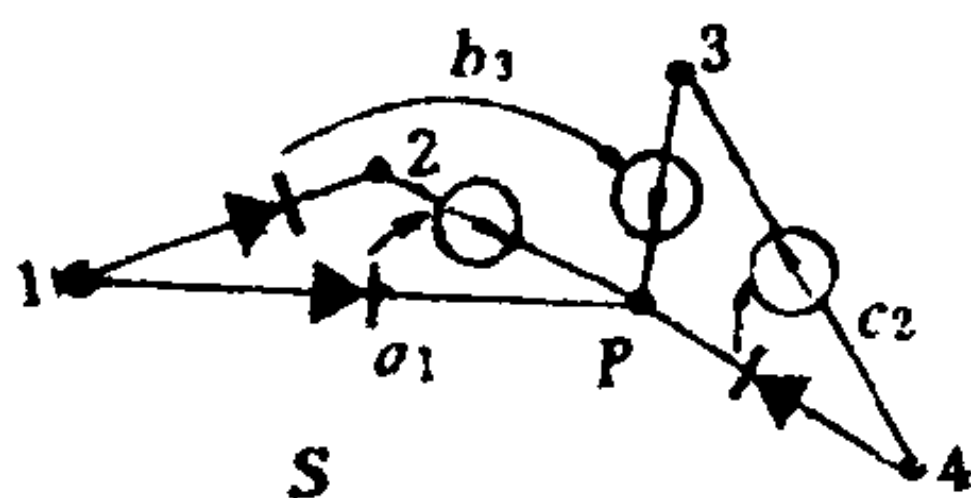


图 3.0.2

3.7 试按图3.7.1的Ebers-Moll全模型, 画出图3.7.2 (a) 电路的等效电路及其小信号伴随电路, 并写出它们的节点导纳方程。

第四章 故障的预猜验证法

前一章介绍的元件参数解法存在两个缺点：第一，当网络规模较大而可测端数较少时，往往不可能唯一地确定网络中所有元件的参数，这样也就无法诊断或诊断不全；第二，实际上网络中经常出现的故障为数并不多。甚至只是极少数几个，如单故障、双故障等；网络中大部分元件都是无故障的。它们的实际值与其标称值比较接近，理想情况下便可认为这些无故障元件的实际值就是它们各自的标称值。既然如此，我们就没有必要求出网络中所有元件的参数，而只需计算出那些故障元件的参数。显然，这时应用元件参数解法未免太不经济。当然，这时我们仍可应用元件参数解法，但需把这个问题作为一个部分元件参数解来处理。即列出仅含少数几个未知元件参量的故障诊断方程，用前一章中介绍的各种方法来进行求解。但是，用上一章中介绍的各种方法来求解，其缺点是需要知道这些故障元件的位置。如果连故障元件究竟是哪些都尚未明确，则前一章的元件参数解法就难以应用，除非假定所有元件都是故障元件的情况。

对于这种故障个数虽然不多，但故障位置尚属未知的情况，是否还有更有效的诊断方法呢？这就是本章所要讨论的内容。

既然网络中所含的故障元件实际上为数不多。其余无故障元件的实际值即认为是其标称值。那末就可以预猜某几个

元件作为一个假想的故障元件集。然后利用网络可测端的测试结果与这几个元件之间的约束条件来验证上述“故障元件集”的假定是否正确。若验证结果表明预猜正确，一般便可由此确定这些故障元件的参数值。但在有些情况下，根据预猜的“故障元件集”也难以确定出全部故障元件，必要时还可进一步核实这些预猜通过的“故障元件”是否为真正的故障的元件。若验证结果表明预猜有误或核实不符，则需重猜另一个元件集，并重复上述过程，直至找到真正的故障元件为止。这就是本章将要讨论的有限故障的预猜验证法，简称故障验证法〔64〕、〔65〕。

例如，对于非线性电路来说，当应用故障验证法时，可用下式

$$\mathbf{V}^m = \mathbf{h}(\mathbf{I}^m, \mathbf{r}^0, \Delta \mathbf{r}^f) \quad (4.0.1)$$

来解析该非线性系统的诊断问题。式中 $\mathbf{r}^0$ 指元件参数的标称值， $\Delta \mathbf{r}^f$ 指故障元件的参数偏差值。由于假定了 $n_f < n_m$ ，因此 $\Delta \mathbf{r}^f$ 只有 n_f 个非零元，这对 $\Delta \mathbf{r}^f$ 来说，上式是个超定方程。为此，可按照故障验证法的一般步骤，先预猜某一 n_f 元件集作为故障元件集，代入上式，从而对下式进行最小化，即

$$\|\mathbf{V}^m - \mathbf{h}(\mathbf{I}^m, \mathbf{r}^0 + \Delta \mathbf{r}^f)\| \quad (4.0.2)$$

显然，只有当所预猜的元件集为真实故障元件集时，经优化 $\Delta \mathbf{r}^f$ 后，上式才有可能达到零值。因此优化 $\Delta \mathbf{r}^f$ 后上式是否能达到零值，便是测试结果与故障元件集之间的约束条件。虽然元件集的预猜一般需要很多次，但它毕竟是有限的，每次预猜后判断式 (4.0.2) 是否达到零值所需的优化时间尽管也很长，但也不是无限的，因此原理上是有可能用预猜验证法来解决非线性系统的诊断问题的。

可是需要指出，此法之是否适用却取决于元件的容差。因为验证过程中依赖的前提是无故障元件的实际值与其标称值严格相等。如果元件容差较大，即无故障元件的实际值与其标称值之间偏差较大，则验证结果就不一定可靠，甚至导致误判。这就出现了本方法的顽健性 (Robustness) 问题。以下讨论除特别说明外，都是在元件无容差的情况下，即在理想情况下进行的。

预猜验证法有多种，有利用符号网络函数进行预猜验证的 (§4.1)，有根据故障节点或故障支路进行预猜验证的 (§4.2~4.4)，有通过故障划界进行预猜验证的 (§4.5)，也有藉助撕裂概念 (§4.6) 进行的。

§ 4.1 符号网络函数法^[66]

在§3.2、§3.3中曾讨论过用网络函数来求解线性系统中全部元件参数的方法，该方法是把所有的元件参数都看作是待解的未知量。而这里我们将要讨论的利用符号网络函数进行预猜验证的方法则认为网络中大部分元件的参数值是已知的。因此该网络函数仅为少数几个故障元件参数的函数。因此可以不用求解复杂的非线性方程组，而仅用线性运算便可进行诊断。

假设网络中的故障元件集为 $\mathbf{r}_f = [r_1 \cdots r_j \cdots r_k]^T$ ， k 为故障元件数。根据网络理论，对于线性网络，该网络函数可以表示为

$$H(\mathbf{r}_f, s) =$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{A_0 + \sum_{j=1}^k A_j r_j + \sum_{j_1=1}^k \sum_{j_2=1}^k A_{j_1} A_{j_2} r_{j_1} r_{j_2} + \cdots}{B_0 + \sum_{j=1}^k B_j r_j + \sum_{j_1=1}^k \sum_{j_2=1}^k B_{j_1} B_{j_2} r_{j_1} r_{j_2} + \cdots} \\
&\quad \frac{+ A_{(1 \sim k)} r_1 r_2 \cdots r_k}{+ B_{(1 \sim k)} r_1 r_2 \cdots r_k} \quad (4.1.1)
\end{aligned}$$

式中系数 A 、 B 是其余已知元件参量的函数，并可以写成复频率 s 的多项式。

在式 (4.1.1) 两侧同乘以右侧的分母，整理后可得

$$\begin{aligned}
T_0 &= \sum_{j=1}^k T_j r_j + \sum_{j_1=1}^k \sum_{j_2=1}^k T_{j_1} T_{j_2} r_{j_1} r_{j_2} \\
&\quad + \cdots + T_{(1 \sim k)} r_1 r_2 \cdots r_k \quad (4.1.2)
\end{aligned}$$

式中 $T_0 = A_0 - H(r_f, s) B_0$

$$T(l) = H(r_f, s) B(l) - A(l) \quad l \neq 0 \quad (4.1.3)$$

把式 (4.1.2) 中的每一非线性项（即各乘积项）都看作是一个独立的未知量。共有 $\sum_{i=2}^k C_k^i = 2^k - k - 1$ 个，这样式

(4.1.2) 中共有 $(2^k - 1)$ 个未知量，这里还包括了前面的 k 个线性项。

可以看出，式 (4.1.2) 中未知量的个数 $(2^k - 1)$ 是其最高值，通常未知量的个数可能低于此值，这需视具体电路的结构和测试端口而定。当在不同频率点上进行测量，获得多组方程（方程总数可能多于 $2^k - 1$ 个），当该方程组可解时，就可解出所有的未知量，这样便能验证预猜的那几个元件是否即为真实的故障元件。方法是从解得的 $r_1 \cdots r_j \cdots r_k$ 值及各乘积项检验是否互相符合。若都相符，则表明原先预猜的 k 个元件确属故障元件，否则，尚需重新预猜另一个 k -元件集并再验证，直至取完所有的 k -元件集。

对于交流网络,式(4.1.2)是复数方程。分别取其实部、虚部,则每次测试便可获得两个方程,因此测试频率一般约需 $(2^h - 1)/2$ 个。下面举例说明之。

例如,在图4.1.1所示的电路中,各元件标称值为 $C^0 = L^0 = R_1^0 = R_2^0 = 1$ 。设 V_i 及 V_o 可测,则有

$$H(s) = \frac{V_o}{V_i} = \frac{R_1 R_2 s C}{R_1 R_2 s C + R_1 L C s^2 + R_1 + R_2 + s L} \quad (4.1.4)$$

当 $s_1 = j1$ 、 $s_2 = j3$ 时,分别测得 $H(s_1) = j6/(3 + j7)$ 、 $H(s_2) = j18/(-13 + j21)$ 。设该电路中有两个故障元件,则对所有的 $C_1^2 = 6$ 个双元件故障集: (R_1, L) 、 (R_2, L) 、 (R_1, C) 、 (R_2, C) 、 (L, C) 、 (R_1, R_2) ,均可由式(4.1.4)列出其相应的表达式。先对双元件集 (R_1, L) 进行预猜,则由式(4.1.4)得 $H(s) = s R_1 / (s R_1 + s^2 R_1 L + R_1 + 1 + s L)$,故可导出如下四个方程:

$$s_1: \text{实部} \quad -6(R_1 + L) = -7R_1$$

$$\text{虚部} \quad j6(-R_1 L + R_1 + 1) = j3R_1$$

$$s_2: \text{实部} \quad -54(R_1 + L) = -63R_1$$

$$\text{虚部} \quad j18(-9R_1 L + R_1 + 1) = -j39R_1$$

可以看出,其中二实数方程线性相关,故实有三个独立方程,可解得 R_1 、 L 及 $R_1 L$ 三个未知数为

$$R_1 = -6, \quad L = -1, \quad R_1 L = -2$$

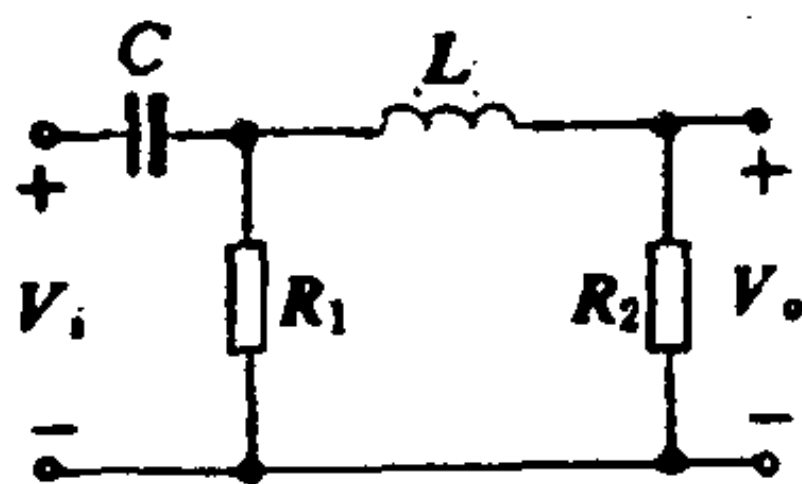


图 4.1.1

注意到 R_1 及 L 均系负值，显然不合理。又有 $R_1 \cdot L \neq R_1 L$ ，因此 (R_1, L) 肯定不是故障元件集。同样对其余各集按上述方式逆行预猜验证，可以发现，除 (R_1, R_2) 集外，其余都不是故障元件集。因为在双故障集 (R_1, R_2) 时，可由式 (4.1.4) 列出方程

$$H(s) = sR_1R_2 / (sR_1R_2 + s^2R_1 + R_1 + R_2 + s)$$

因此可得 s_1 ：实部 $-7R_1R_2 = -6R_1R_2 - 6$

$$\text{虚部 } j3R_1R_2 = j6R_2$$

在 s_2 ：实部 $-63R_1R_2 = -54R_1R_2 - 54$

$$\text{虚部 } -j39R_1R_2 = -j144R_1 + j16R_2$$

其中实部二方程相关，故实际有三个独立方程。可解得 $R_1 = 2$ ， $R_2 = 3$ ， $R_1R_2 = 6$ 。这里 R_1 及 R_2 均系正值，又 $R_1 \cdot R_2 = R_1R_2$ ，因此 (R_1, R_2) 是真实故障集。

实际诊断时，对于一个给定的线性电路，可事先用符号网络分析程序生成所有网络函数，并将各个元件组合的系数 $A(l)$ 、 $B(l)$ 存入数据库。这样进行在线诊断时，一旦测得了网络函数值，就可直接建立方程式 (4.1.2)，从而加快了诊断速度，缩短了在线诊断时间。

本方法的优点是涉及到的运算均是线性的，但一般只用于故障元件数较少的情况。因为它要求约 $(2^k - 1)/2$ 个测试频率，以满足求解 $(2^k - 1)$ 个未知量。但是每个测试频率上所得到的方程未必都独立，因此难以保证其可解性。一个线性网络的特性是完全由它的零极点位置所确定的，因此当测试频率数大于或等于（零极点个数 + 1）时，所获得的方程之间总存在相关，这是要注意的。当然，式 (4.1.2) 中的未知量个数实际上也未必都是其最高值 $(2^k - 1)$ ，但是测试频率数大于或等于（零极点个数 + 1）一般是应该满足

的，此外就需要改变其它测试情况，例如测试端口及激励端口的位置等。

限制本法应用的另一个原因正如§3.2中指出的那样，对于大型网络，要获得其符号网络函数并表示成式(4.1.1)的形式是相当困难的。

§4.2 节点故障诊断法^{[67]~[70]}

以下二节将讨论基于故障代偿电流源概念进行诊断的预猜验证法。由于它们引入了节点的或支路的故障代偿电流源，都有可能将网络响应与故障元件参数之间的关系用一组线性方程表达出来。因而大大降低了计算的复杂性。

(一) 故障代偿电流源的基本概念

设在图 4.2.1 所示的线性非时变网络中共有 n_b 条支路及 n 个节点。但接地点除外。设 n 个节点中有 m 个可及。即在这些节点上可以测量，也可激励，则在无故障情况下的节点电压方程为

$$Y_n V^n = \begin{bmatrix} I^m \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.2.1)$$

式中 Y_n 是节点导纳方阵， I^m 是可及节点上的电流激励源。在单激励时， I^m 是只有一个非零元的矢量 $m \times 1$ ；在二个可及端上分别激励时， I^m 是 $m \times 2$ 矩阵，同时其中每列也只有一个非零元；在大多数情况下，为了充分提取信息而在各个可及端上分别激励时， I^m 便可写成 $m \times m$ 对角方阵。相应地，对应的节点电压 V^n 将分别为 n 元矢量、 $n \times 2$ 矩阵及 $n \times m$ 矩阵。

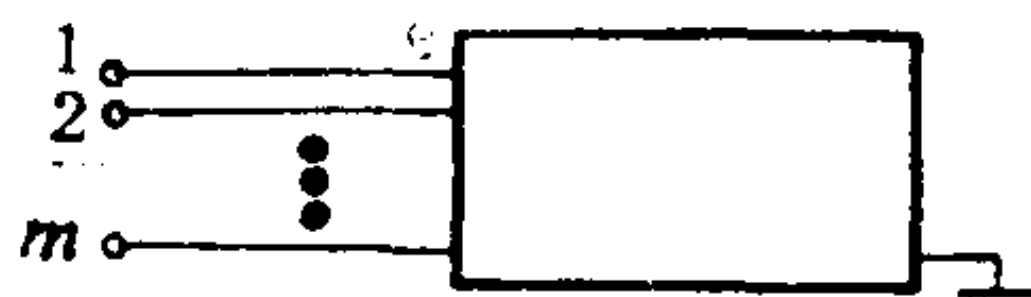


图 4.2.1

当网络 N 中存在故障时，可以把它看作为 $N + \Delta N$ 网络。对这个 $N + \Delta N$ 网络，其节点导纳矩阵可用 $Y_n + \Delta Y_n$ ($\Delta Y_n = A \Delta Y_b A^T$) 来描述，这里 ΔY_b 是支路偏差。若对网络 $N + \Delta N$ 仍用原 I^m 来激励，并设这时 $N + \Delta N$ 的节点电压为 $V^n + \Delta V^n$ ，则有

$$(Y_n + \Delta Y_n)(V^n + \Delta V^n) = \begin{bmatrix} I^m \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.2.2)$$

用式 (4.2.2) 减去式 (4.2.1) 得

$$Y_n \Delta V^n = -\Delta Y_n (V^n + \Delta V^n) \quad (4.2.3)$$

$$\text{令 } \Delta I^n \triangleq -\Delta Y_n (V^n + \Delta V^n) \quad (4.2.4)$$

并称之为节点代偿电流源。再由式 (4.2.3) 可得

$$\begin{aligned} \Delta V^n &= Y_n^{-1} \Delta I^n = Z_n \Delta I^n \\ &= \begin{bmatrix} Z_{mn} \\ Z_{ln} \end{bmatrix} \Delta I^n \end{aligned} \quad (4.2.5)$$

式中 $Z_n \triangleq Y_n^{-1}$ ， $l = n - m$ ，而 Z_{mn} 是与可及节点相应的 Z_n 的部分，因此，可测节点上的电压变化量 ΔV^m 为

$$\Delta V^m = Z_{mn} \Delta I^n \quad (4.2.6)$$

上式便称为节点故障诊断方程。因为由它可以计算得到节点故障代偿电流源 ΔI^n 。式 (4.2.5) 中 Z_{ln} 是 Z_n 中与不可及节点相应的部分。

让我们进一步阐述节点故障代偿电流源的含义。由于发生故障后的支路电流为

$$(Y_b + \Delta Y_b)(V^b + \Delta V^b)$$

$$= Y_b(V^b + \Delta V^b) + \Delta Y_b(V^b + \Delta V^b) \quad (4.2.7)$$

为此令

$$\Delta I^b \triangleq -\Delta Y_b(V^b + \Delta V^b) \quad (4.2.8)$$

从式 (4.2.7) 可见, 上述 ΔI^b 可以看作是 ΔY_b 对支路电流的贡献, 故可称之为支路故障代偿电流, 如图 4.2.2 所示。

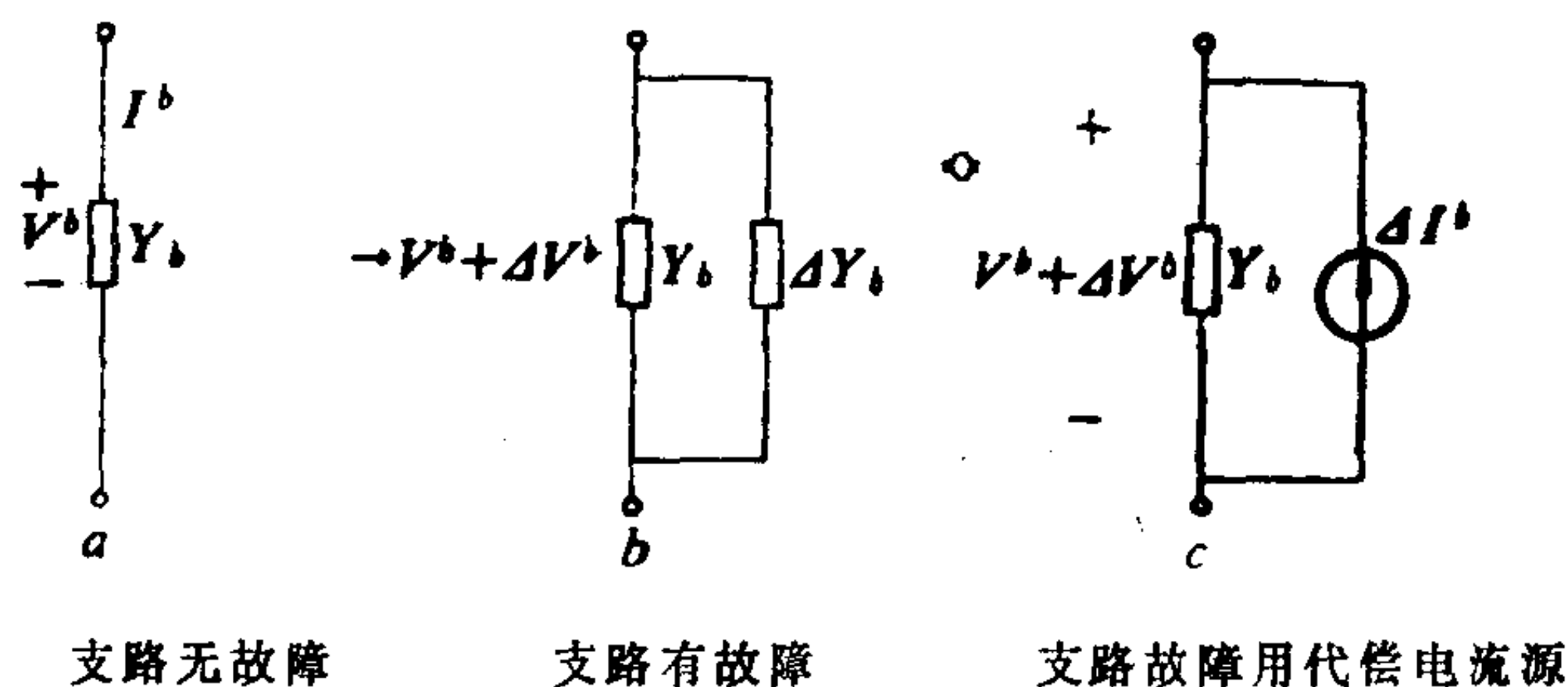


图 4.2.2

由图中可以看出, 一个故障支路可由无故障支路及因故障引起的等效电流源 ΔI^b 的并联来表示。我们之所以称 ΔI^b 为支路故障代偿电流源, 就因为它代偿了故障效应。考虑故障效应之后, 式 (4.2.4) 可表示为

$$\begin{aligned} \Delta I^n &= -A \Delta Y_b A^T (V^n + \Delta V^n) \\ &= -A \Delta Y_b (V^b + \Delta V^b) = A \Delta I^b \end{aligned} \quad (4.2.9)$$

上式说明 $\Delta I^n = A \Delta I^b$ 是流入各节点的支路代偿电流源之和, 因此节点故障代偿电流源的物理意义可显而易见。

若某一支路无故障, 则其支路代偿电流源必为零; 若某一节点无故障, 则相应的节点故障代偿电流源也必为零。反之, 若笼统地说代偿电流源为零, 则可断定支路无故障; 但对节点而言, 却存在着与之相关联的支路有故障, 但这些支路的故障代偿电流源有可能相互抵消, 从而使 ΔI^n 的相应

分量为零的特殊情况。但这种情况极少出现，通常可不予考虑。

(二) 故障节点的预猜验证

由于可及节点总是比较少的。即通常存在 $m < n$ ，因此在直流情况下，式 (4.2.6) 总是个不定方程，我们无法从中解出 ΔI^n ，因而无法确定故障。但现在讨论的是网络中故障元件很少的情况，因此 ΔI^n 中的许多行分量都是零。假定 ΔI^n 中只有 k ($< m$) 个非零行，也就是说，只有 k 个节点是故障节点，则方程式 (4.2.6) 可写成

$$\mathbf{Z}_{mf} \Delta I^{nf} = \Delta V^m \quad (4.2.10)$$

其中 ΔI^{nf} 便是 ΔI^n 中的 k 个非零行组成的 $k \times m$ 阶子矩阵； $\mathbf{Z}_{mf}$ 是 $\mathbf{Z}_{mn}$ 中与 ΔI^{nf} 相对应的 k 列所组成的 $m \times k$ 阶子矩阵。因为 $k < m$ ，所以上式是一个超定方程组，因此可以利用它来进行故障节点的预猜验证。在交流激励情况下， m 的含义已不限于可及端口数，它可远远大于可及端口数，即为 $\mathbf{Z}_{mf}$ 的行数。

设某一 k -节点集是真实的故障节点集，当 $\mathbf{Z}_{mf}$ 列满秩时，则式 (4.2.10) 的最小二乘解为

$$\Delta I^{nf} = (\mathbf{Z}_{mf}^T \mathbf{Z}_{mf})^{-1} \mathbf{Z}_{mf}^T \Delta V^m \quad (4.2.11)$$

代回式 (4.2.10) 后所得残差应为零，即

$$[\mathbf{Z}_{mf} (\mathbf{Z}_{mf}^T \mathbf{Z}_{mf})^{-1} \mathbf{Z}_{mf}^T - \mathbf{1}] \Delta V^m = 0 \quad (4.2.12)$$

上式说明，当故障节点集预猜正确时，该故障节点集的 $\mathbf{Z}_{mf}$ (以下记为 $\mathbf{Z}_{mf}^*$) 与所测得的 ΔV^m 之间应满足式 (4.2.12) 的关系。这个关系仅取决于各故障节点的位置，而与 ΔI^{nf} 的大小无关，因此可把它作为验证预猜节点集是否为故障节点集的判别式。若网络中某 k -节点集满足上述关系 ($k \leq m$)，它就是可能的故障节点集。于是，可按下列筛选算法来寻查

网络中的故障节点：对 $i=1,2,\dots,C$ 个所有 k -节点集 ($k=1,2,\dots$)，逐一形成 $\mathbf{Z}_{mf}$ ，根据所测得的 $\Delta \mathbf{V}^m$ ，判断它们是否满足式 (4.2.12)。凡满足式 (4.2.12) 的 k -节点集就是可能的故障节点集。

一般说来，总可按上述算法搜索到满足式 (4.2.12) 的节点集。但是，式 (4.2.12) 只是故障节点集的必要条件，而并非充分条件。事实上确实存在着这样的情况，多个不同的 k -节点集都能满足式 (4.2.12)。可以证明，若某些节点集所对应的 $\mathbf{Z}_{mf}$ 与真实故障节点集的 $\mathbf{Z}_{mf}^*$ 间存在下列关系

$$\mathbf{Z}_{mf}^* = \mathbf{Z}_{mf} \mathbf{C} \quad (4.2.13)$$

则这些节点集均能满足式 (4.2.12)，这里 $\mathbf{C}$ 是一常数矩阵。

这时我们便无法区分谁是真正的故障节点集，因为它们与真实故障集一样都满足式 (4.2.12)，因此称这些节点集都是相关的。只有在不存在相关集时才能按上述筛选算法唯一地确定该故障节点集，否则，我们只能将故障节点定位到一些相关节点集的并集中去。

(三) 故障元件值的计算

一旦确定了网络中的真实故障节点集，我们还需求出各故障元件的参数。

由式 (4.2.11) 先求得 $\Delta \mathbf{I}^f$ ，再参照式 (4.2.10)，可得不可测节点上的电压变化量 $\Delta \mathbf{V}^x$ 为

$$\Delta \mathbf{V}^x = \mathbf{Z}_{1f} \Delta \mathbf{I}^f = \mathbf{Z}_{1f} (\mathbf{Z}_{mf}^T \mathbf{Z}_{mf})^{-1} \mathbf{Z}_{mf}^T \Delta \mathbf{V}^m \quad (4.2.14)$$

即

$$\Delta \mathbf{V}^n = \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{V}^m \\ \Delta \mathbf{V}^x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ \mathbf{Z}_{1f} (\mathbf{Z}_{mf}^T \mathbf{Z}_{mf})^{-1} \mathbf{Z}_{mf}^T \end{bmatrix} \Delta \mathbf{V}^m \quad (4.2.15)$$

若用 b_f 表示故障支路, 则由上式可求得各故障支路电压为

$$\mathbf{V}^{bf} + \Delta \mathbf{V}^{bf} = \mathbf{A}_f^T (\mathbf{V}^{nf} + \Delta \mathbf{V}^{nf}) \quad (4.2.16)$$

其中 $\mathbf{A}_f$ 是节点关联矩阵 $\mathbf{A}$ 中去掉非故障节点对应的行及仅与非故障节点关联的支路所对应的列后所得的矩阵, $\mathbf{V}^{nf} + \Delta \mathbf{V}^{nf}$ 是故障节点的电压。再由式 (4.2.9) 可得

$$\Delta \mathbf{I}^{nf} = \mathbf{A}_f \Delta \mathbf{I}^{bf} = -\mathbf{A}_f \Delta \mathbf{Y}_{bf} (\mathbf{V}^{bf} + \Delta \mathbf{V}^{bf}) \quad (4.2.17)$$

式中的 $\Delta \mathbf{I}^{nf}$ 及 $(\mathbf{V}^{bf} + \Delta \mathbf{V}^{bf})$ 已由式 (4.2.11) 及式 (4.2.16) 求得。于是由上式便可解出 $\Delta \mathbf{Y}_{bf}$, 即可获得各故障支路的元件参数偏离值。

〔例〕 在图 4.2.3 所示的电阻电路中, 设节点 1 及 3 为可测节点, 各元件标称值均为 1, 在 $I_1^m = 1$ 及 $I_3^m = 0$ 激励时, 标称电压为 $V_1 = \frac{5}{8}$, $V_2 = \frac{2}{8}$, $V_3 = \frac{1}{8}$ 。若测

得故障时的 $\Delta V_1^m = \Delta V_3^m = \frac{1}{24}$, 用节点故障诊断方程来

求解。由式 (4.2.5) 可得

$$\mathbf{Z}_n = \mathbf{Y}_n^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 3 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \end{bmatrix}^{-1} = \frac{1}{8} \begin{bmatrix} 5 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 5 \end{bmatrix}$$

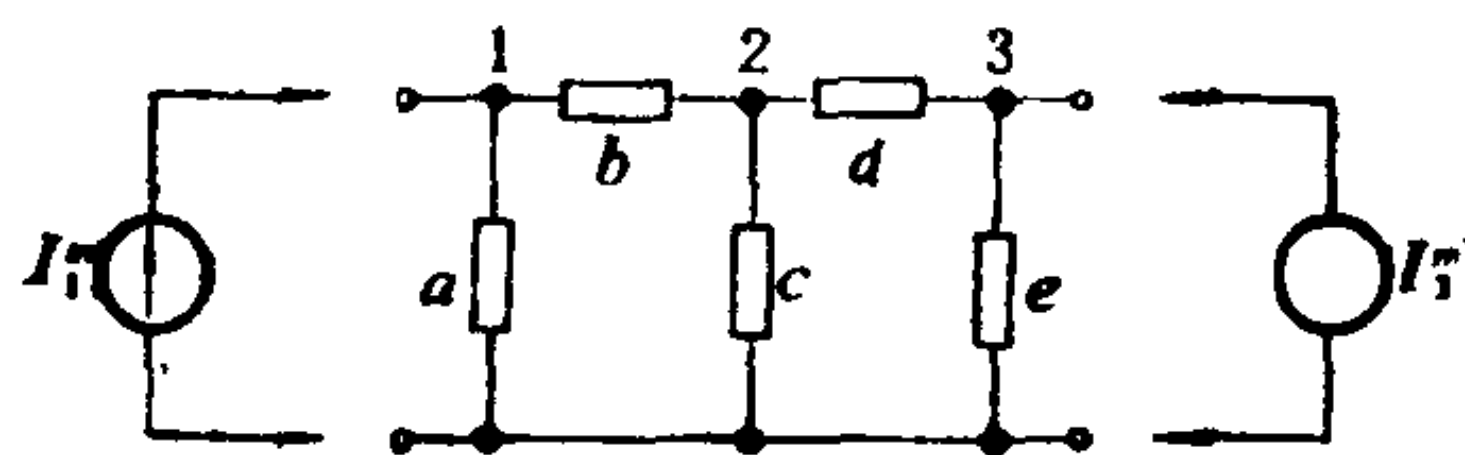


图 4.2.3

因为

$$\mathbf{Z}_{m_n} = \frac{1}{8} \begin{bmatrix} 5 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 5 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{Z}_{1_n} = \frac{1}{8} [2 \ 4 \ 2]$$

用故障判别式 (4.2.12) 来验证:

$$\begin{aligned} \text{预猜节点1.}: \left\{ \begin{bmatrix} 5 \\ 1 \end{bmatrix} \left(\begin{bmatrix} 5 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 \\ 1 \end{bmatrix} \right)^{-1} \begin{bmatrix} 5 & 1 \end{bmatrix} \\ - \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \right\} \begin{bmatrix} 1/24 \\ 1/24 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/156 \\ -5/156 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{预猜节点2.}: \left\{ \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix} \left(\begin{bmatrix} 2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix} \right)^{-1} \begin{bmatrix} 2 & 2 \end{bmatrix} \\ - \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \right\} \begin{bmatrix} 1/24 \\ 1/24 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{预猜节点3.}: \left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ 5 \end{bmatrix} \left(\begin{bmatrix} 1 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 5 \end{bmatrix} \right)^{-1} \begin{bmatrix} 1 & 5 \end{bmatrix} \\ - \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \right\} \begin{bmatrix} 1/24 \\ 1/24 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5/156 \\ 1/156 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

上述验算说明节点 2 是故障节点, 而节点 1、3 均非故障节点, 因此立即可知只有支路 C 是故障支路。接着计算故障元件参数。由式 (4.2.14) 可得

$$\begin{aligned} \Delta V^x = \Delta V_2 &= \frac{1}{8} \begin{bmatrix} 2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1/24 \\ 1/24 \end{bmatrix} \\ &= 1/12 = \Delta V_c \end{aligned}$$

因而可直接求得

$$V_c + \Delta V_c = \frac{2}{8} + \frac{1}{12} = \frac{1}{3}$$

再由式 (4.2.11) 得

$$\begin{aligned} \Delta I_2 = \Delta I_c &= \left(\begin{bmatrix} \frac{2}{8} & \frac{2}{8} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2/8 \\ 2/8 \end{bmatrix} \right)^{-1} \begin{bmatrix} \frac{2}{8} & \frac{2}{8} \end{bmatrix} \\ &\quad \begin{bmatrix} 1/24 \\ 1/24 \end{bmatrix} = \frac{1}{6} \end{aligned}$$

由式 (4.2.8) 可得

$$\begin{aligned}\Delta Y_c &= -\Delta I_c / (V_c + \Delta V_c) \\ &= -0.5\end{aligned}$$

因此故障元件参数 $Y_c + \Delta Y_c = 1 - 0.5 = 0.5 \Omega$ 。

§ 4.3 支路故障诊断法^{[64]、[71]、[72]}

事实上, 我们可直接利用支路故障代偿电流源 ΔI^b 作为故障特征来导出它与 ΔV^m 之间的关系, 并根据此关系进行故障支路的预猜验证。这是因为: 一个支路故障一般说来会带来二个节点故障, 只有一端接地的故障支路才带来一个节点故障, 因此节点故障数往往大于或等于支路故障数。根据上节所述 $m \geq k$ 的要求, 显然这给节点故障诊断法带来了不便。因为故障本质上从属于支路中的元件, 因此实际中支路故障诊断法更实用有效。它的优点是简单、直接、明确, 且无 $\Delta I^{nf} = 0$ 而存在故障的特殊情况。

(一) 由节点故障诊断方程导出支路故障诊断方程

由式 (4.2.6) 及 (4.2.9) 可得

$$\Delta V^m = Z_{mn} \Delta I^n = Z_{mn} A \Delta I^b = Z_{mb} \Delta I^b \quad (4.3.1)$$

式中

$$Z_{mb} \triangleq Z_{mn} A \quad (4.3.2)$$

式 (4.3.1) 就是支路故障诊断方程。设网络中仅有 k ($k < m$) 个支路故障, 此处 k 一定小于或等于节点故障数, 它们对应的代偿电流源记为 ΔI^{bf} , 而 Z_{mb} 中相应的 $m \times k$ 阶子矩阵仍记作 Z_{mf} , 则可有

$$\Delta V^m = Z_{mf} \Delta I^{bf} \quad (4.3.3)$$

可以注意到本节的 Z_{mf} , 其各列代表各故障支路, 有别

于上节介绍的 $\mathbf{Z}_{mf}$ 。在上一节中， $\mathbf{Z}_{mf}$ 的各列代表各故障节点。

若预猜的 k -支路集为真正的故障支路集，则有

$$\{\mathbf{Z}_{mf}(\mathbf{Z}_{mf}^T \mathbf{Z}_{mf})^{-1} \mathbf{Z}_{mf}^T - \mathbf{I}\} \Delta \mathbf{V}^m = 0 \quad (4.3.4)$$

因此，总可在网络的所有 C_{nb}^k 个 k -支路集中筛选到真正的故障集，如同§4.2中所讨论的那样。式(4.3.4)也仅是预猜的 k -支路集为故障支路集的必要条件。当以常数矩阵 $\mathbf{C}$ 同时右乘真实故障支路集和另一些支路集时，若它们之间满足下列相关条件

$$\mathbf{Z}_{mf}^* = \mathbf{Z}_{mf} \mathbf{C} \quad (4.3.5)$$

则这些支路集也能满足上述故障判别式。这时我们也无法唯一地进行故障支路的定位，这就提出了支路故障的可诊断性问题。留待下节详细讨论。下面我们要讨论的是：故障支路被唯一定位后，如何求得故障元件参数。

由式(4.3.1)可得支路故障代偿电流源为

$$\Delta \mathbf{I}^{bf} = (\mathbf{Z}_{mf}^T \mathbf{Z}_{mf})^{-1} \mathbf{Z}_{mf}^T \Delta \mathbf{V}^m \quad (4.3.6)$$

参照式(4.2.14)，可得不可测节点上的电压偏离为

$$\begin{aligned} \Delta \mathbf{V}^x &= \mathbf{Z}_{ln} \Delta \mathbf{I}^{nf} = \mathbf{Z}_{ln} \mathbf{A} \Delta \mathbf{I}^{nf} \\ &= \mathbf{Z}_{lb} \Delta \mathbf{I}^{bf} \end{aligned} \quad (4.3.7)$$

式中 $\mathbf{Z}_{lb} \triangleq \mathbf{Z}_{ln} \mathbf{A}$ ，又 $\mathbf{Z}_{lf}$ 是 $\mathbf{Z}_{lb}$ 中与 k 个故障支路对应的 k 列所组成的子矩阵，于是故障支路电压为

$$\mathbf{V}^{bf} + \Delta \mathbf{V}^{bf} = \mathbf{A}_f^T \left\{ \mathbf{V}^n + \begin{bmatrix} \mathbf{I} \\ \mathbf{Z}_{lf}(\mathbf{Z}_{mf}^T \mathbf{Z}_{mf})^{-1} \mathbf{Z}_{mf}^T \end{bmatrix} \Delta \mathbf{V}^m \right\} \quad (4.3.8)$$

式中 $\mathbf{A}_f^T$ 是 $\mathbf{A}$ 中与故障支路相对应的 k 列所组成的 $n \times k$ 阶子矩阵。由上式及式(4.3.6)即可求得各故障支路的导纳偏离量为

$$\Delta I^{bf} = -\Delta Y_{bf}(V^{bf} + \Delta V^{bf}) \quad (4.3.9)$$

因此, 用支路故障诊断法可较直接、简单地求得各故障元件参数。

〔例〕 用支路故障诊断方程来求解§4.2中的例。

根据§4.2中求得的 Z_{mn} , 可求得 Z_{mb} 为

$$\begin{aligned} Z_{mb} &= Z_{mn}A = \begin{bmatrix} 5/8 & 2/8 & 1/8 \\ 1/8 & 2/8 & 5/8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \\ &= \frac{1}{8} \begin{bmatrix} 5 & 3 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 2 & -3 & 5 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

通过式(4.3.4)的验算可知, Z_{mb} 中只有第三列是满足判别式的, 因此可断定支路C是唯一的故障支路。由式(4.3.6)可算得故障元件参数为

$$\begin{aligned} \Delta I^{bf} &= \left(\begin{bmatrix} \frac{2}{8} & \frac{2}{8} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2/8 \\ 2/8 \end{bmatrix} \right)^{-1} \begin{bmatrix} \frac{2}{8} & \frac{2}{8} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1/24 \\ 1/24 \end{bmatrix} \\ &= \frac{1}{6} \end{aligned}$$

再由式(4.3.8)可求得

$$V^{bf} + \Delta V^{bf} = 1/3$$

因此由式(4.3.9)可得

$$\begin{aligned} \Delta Y_c &= -(1/6)/(1/3) = -0.5, \\ &= Y_c + \Delta Y_c = 0.5 \end{aligned}$$

(二) 由Tellegen定理导出支路故障诊断方程

设原网络 N 的伴随网络为 $\hat{N}$ 。当 N 发生故障时, $N \rightarrow N + \Delta N$, $Y_b \rightarrow Y_b + \Delta Y_b$, $V^m \rightarrow V^m + \Delta V^m$, $I^b \rightarrow I^b + \Delta I^b$, $V^b \rightarrow V^b + \Delta V^b$ 。由差分形式的Tellegen定理可以导得

$$\begin{aligned}
& (\hat{\mathbf{I}}^b)^T \Delta \mathbf{V}^b - (\hat{\mathbf{V}}^b)^T \Delta \mathbf{I}^b \\
& = -(\hat{\mathbf{I}}^m)^T \Delta \mathbf{V}^m + (\hat{\mathbf{V}}^m)^T \Delta \mathbf{I}^m
\end{aligned} \quad (4.3.10)$$

应该指出, 上式中的 $\Delta \mathbf{I}^b$ 并不是式 (4.2.3) 所表示的支路故障代偿电流源, 而是 $\mathbf{I}^b \rightarrow \mathbf{I}^b + \Delta \mathbf{I}^b$ 中的 $\Delta \mathbf{I}^b$, 所以此处的 $\Delta \mathbf{I}^b$ 应为

$$\begin{aligned}
\Delta \mathbf{I}^b &= (\mathbf{Y}_b + \Delta \mathbf{Y}_b)(\mathbf{V}^b + \Delta \mathbf{V}^b) - \mathbf{Y}_b \mathbf{V}^b \\
&= \mathbf{Y}_b \Delta \mathbf{V}^b + \Delta \mathbf{Y}_b(\mathbf{V}^b + \Delta \mathbf{V}^b)
\end{aligned} \quad (4.3.11)$$

将此 $\Delta \mathbf{I}^b$ 代入式 (4.3.10) 左侧, 并注意到 N 与 $\hat{N}$ 之间存在着 $(\hat{\mathbf{Y}}_b)^T = \mathbf{Y}_b$ 的关系, 因此有

$$\begin{aligned}
& (\hat{\mathbf{I}}^b)^T \Delta \mathbf{V}^b - (\hat{\mathbf{V}}^b)^T \Delta \mathbf{I}^b \\
& = -(\hat{\mathbf{V}}^b)^T \Delta \mathbf{Y}_b(\mathbf{V}^b + \Delta \mathbf{V}^b)
\end{aligned} \quad (4.3.12)$$

将式 (4.3.10) 及 (4.3.12) 联立起来, 可得

$$\begin{aligned}
& -(\hat{\mathbf{V}}^b)^T \Delta \mathbf{Y}_b(\mathbf{V}^b + \Delta \mathbf{V}^b) \\
& = -(\hat{\mathbf{I}}^m)^T \Delta \mathbf{V}^m + (\hat{\mathbf{V}}^m)^T \Delta \mathbf{I}^m
\end{aligned} \quad (4.3.13)$$

现将式 (4.2.8) 的支路故障代偿电流源 $\Delta \mathbf{I}^b \triangleq -\Delta \mathbf{Y}_b(\mathbf{V}^b + \Delta \mathbf{V}^b)$ 代入上式, 且当 $N \rightarrow N + \Delta N$ 时保持 $\mathbf{I}^m$ 不变 ($\Delta \mathbf{I}^m = 0$), 则有

$$(\hat{\mathbf{V}}^b)^T \Delta \mathbf{I}^b = -(\hat{\mathbf{I}}^m)^T \Delta \mathbf{V}^m \quad (4.3.14)$$

在伴随网络 $\hat{N}$ 的 m 个可测节点上依次 ($i = 1, 2, \dots, m$) 施加负单位激励电流时, 有

$$(\hat{\mathbf{V}}_i^b)^T \Delta \mathbf{I}^b = \Delta \mathbf{V}_i^m \quad (4.3.15)$$

上式就是由 Tellegen 定理导出的支路故障诊断方程。

事实上, 由伴随网络的节点电压方程

$$(\mathbf{A}\hat{\mathbf{Y}}_b\mathbf{A}^T)\hat{\mathbf{V}}^n = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{I}}^m \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (4.3.16)$$

可以求得

$$\hat{\mathbf{V}}^b = \mathbf{A}^T \hat{\mathbf{V}}^n = \mathbf{A}^T (\mathbf{A}\hat{\mathbf{Y}}_b\mathbf{A}^T)^{-1} \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{I}}^m \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (4.3.17)$$

$$\begin{aligned} \text{或} \quad (\hat{\mathbf{V}}^b)^T &= [(\hat{\mathbf{I}}^m)^T \quad \mathbf{0}](\mathbf{A}\hat{\mathbf{Y}}_b\mathbf{A}^T)^{-T}\mathbf{A} \\ &= [(\hat{\mathbf{I}}^m)^T \quad \mathbf{0}]\mathbf{Z}_n\mathbf{A} \end{aligned}$$

$$\text{所以 } (\hat{\mathbf{V}}^b)^T = [\mathbf{1} \quad \mathbf{0}]\mathbf{Z}_n\mathbf{A} = \mathbf{Z}_{mn}\mathbf{A} = \mathbf{Z}_{mb} \quad (4.3.18)$$

由此可见，由 Tellegen 定理导出的这种新形式的诊断方程式 (4.3.15) 与式 (4.3.1) 所表示的诊断方程完全等价。从上两式立即可以看出， $\mathbf{Z}_{mb}$ 的各行实质上是伴随网络在不同端口分别激励时的各支路电压，这就很容易理解下列性质：①根据 KVL，凡构成回路的支路，由于其 $\sum V = 0$ ，它们所对应的 $\mathbf{Z}_{mb}$ 中各列一定线性相关；②根据 KCL，凡构成完备割集的支路，若不牵涉外来激励电流，由于其 $\sum I = 0$ ，故可等效为多边形回路，因此它们所对应的 $\mathbf{Z}_{mb}$ 中各列也一定线性相关；③根据并联支路上电压相同的原理，受控源参量 g_m 与其受控支路相对应的 $\mathbf{Z}_{mb}$ 中的两列必相等。

§ 4.4 故障元件的可诊断性^{[73]~[75]}

由式 (4.2.10) 及 (4.3.3) 分别可知，故障代偿电流源 $\Delta \mathbf{I}^{nf}$ 及 $\Delta \mathbf{I}^{bf}$ 有唯一解时必须满足

$$\text{row} \quad \text{rank}(\mathbf{Z}_{mf}) \leq k \quad (4.4.1)$$

$$\text{column} \quad \text{rank}(\mathbf{Z}_{mf}) = k \quad (4.4.2)$$

此即要求 $m \geq k$ 。因此在直流电路中，对节点故障诊断法来说，要求可测端数 m 大于等于节点故障数；对支路故障诊断法来说，要求可测端数 m 大于等于支路故障数。若上两式不能满足，则没有解或其解不唯一， Z_{mf} 相应的节点故障集或支路故障集便称为不可诊断故障集。

前面已经讲过，在某一实际故障情况下，由于节点故障数往往大于等于支路故障数，因此以下我们从支路故障代偿电流源着手进行讨论。

由式 (4.4.2) 可知其要求 Z_{mf} 列满秩。在上一节中讨论由 Tellegen 定理求导支路故障方程式 (4.3.18) 时已指出， Z_{mf} 未必列满秩。当各故障支路中有构成回路或构成无激励电流牵涉在内的割集时，或 g_m 及其受控支路同时出现故障时， Z_{mf} 就列不满秩。

再讨论式 (4.4.1)。在直流电路被激励情况下， Z_{mf} 的行秩最高可达到测试端数，在交流电路中尚不止此。但事实上，由于故障值 ΔI 与测试情况独立无关，因此多于未知量个数的那些方程实际上总是相关的，行秩事实上不能大于 k ，倒有可能小于测试端数或甚至小于故障元件数 k 。若行秩小于故障元件数，则 ΔI^{bf} 没有解或其解不唯一。此一情况可用多种方法说明之。下列直流电路被激励情况的拓扑判据，只是一种比较简单而方便的说明。

在图 4.4.1 中，将待诊断电路分割成任意两部分：接地的子网络 A 及另一子网络 B 。后者可以接地也可以不接地。 A 、 B 之间设有 i 条连线，如图中所示。图中 m_A 及 m_B 分别表示 A 、 B 的可及端数， $m_A \geq 0$ ， $m_B \geq 0$ ， $m_A + m_B$ 为总可及端数。

试观察图 4.4.1 中对 A 的测试端究竟有多少个？是否是

$m_A + m_B$? 当 $m_B > i$ 时, 充其量只能有 $m_A + i$ 个可测端。这是因为根据等效发生器理论, B 对 A 只有 i 个可测端。换句话说, 尽管实际存在 m_B 个可测端, 但它们对 A 中故障集 Z_{mf} 的行秩却最多提供 i 个。因此不论 B 是否接地, 当 A 中存在的故障数 k_A 不满足下列条件时:

$$\left. \begin{aligned} k_A &\leq m_A + m_B, & \text{当 } m_B &\leq i \text{ 时} \\ k_A &\leq m_A + i, & \text{当 } m_B &\geq i \text{ 时} \end{aligned} \right\} \quad (4.4.3)$$

则肯定是不可诊断的。



图 4.4.1

至于 B 中的故障数 k_B , 当 B 接地时, 只需将式 (4.4.3) 中的下角标 A 、 B 互换便可。当 B 未接地时, 则端数应减去 1, 即可诊断条件应要求:

$$\left. \begin{aligned} k_B &\leq m_B + (i - 1), & \text{当 } m_A &\geq i \text{ 时} \\ k_B &\leq m_A + m_B, & \text{当 } m_A < i \text{ 时} \end{aligned} \right\} \quad (4.4.4)$$

综上所述, 可建立“有效可测端数”的概念。基于等效发生器定理, 有效可测端数正是网络具体诊断场合下某一故障集 Z_{mf} 的行秩。

在论证了式 (4.4.1) 及 (4.4.2) 可诊断性的列秩及行秩拓扑判据后, 用图解来说明判断过程。例如, 设图 4.4.2 中有 a 、 f 、 g 三元件故障集, 于是在直流情况下需用一组 $m \geq 3$ 的可测端才能诊断。由于这三个故障元件既未构成或包含割集及回路, 也非单通参量与其受控支路同时存在的并列关系, 因此上述 Z_{mf} 在这里是列满秩的。

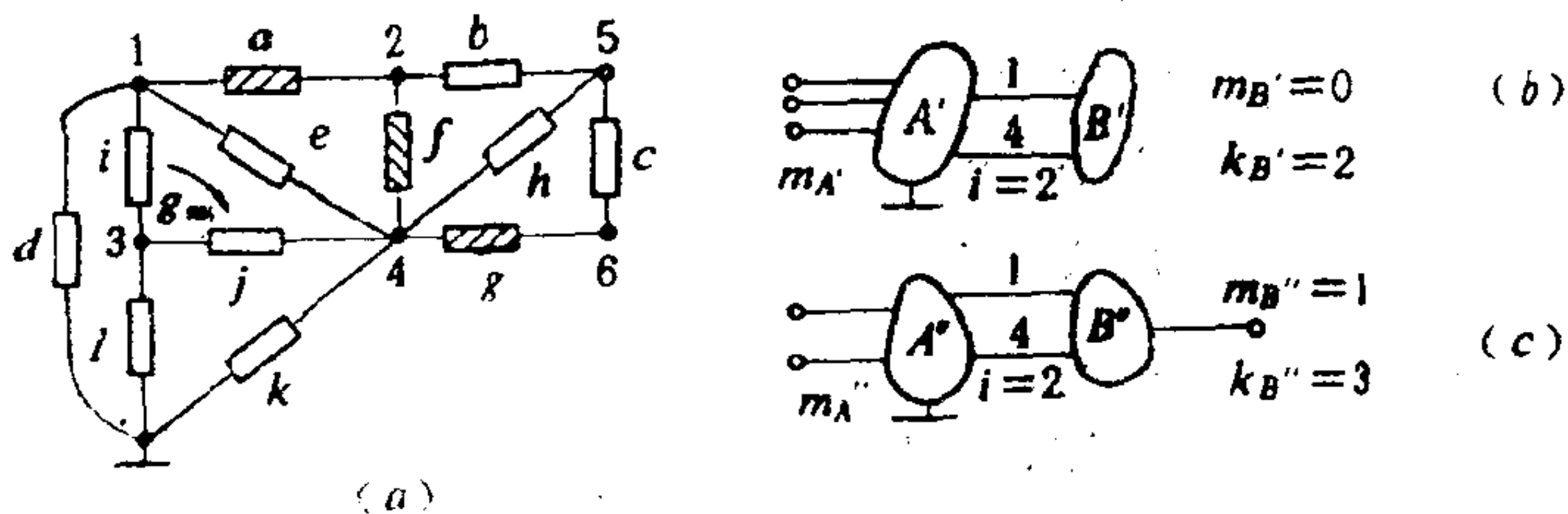


图 4.4.2

至于该 $Z_{m/}$ 之行秩是否满足式 (4.4.1)，从图中可见，可从下列 $C_s^2 = 20$ 种基本测试组合进行分析。先讨论下列 10 种：(1, 2, 3)、(1, 2, 4)、(1, 3, 4)、(2, 3, 4)、(1, 3, 5)、(1, 3, 6)、(1, 4, 5)、(1, 4, 6)、(3, 4, 5)、(3, 4, 6)，发现它们都是不可诊断的，另外 10 种则有可能诊断。其判别过程如下：

先以图 4.4.2 (b) 的分割，即在节点 2、4 进行分割，来说明前四组测试是不可诊断的。因为根据策动点函数的要求，当检查某一部分许可的故障数时，将那些分割节点间的故障元件划归该部分，而将分割节点上的激励划归另一部分。例如检查 B' 时， B' 内便有 f 、 g 两个故障， $k_B' = 2$ ，而 B' 的有效测试端数仅为 $i - 1 = 2 - 1 = 1$ ，不满足式 (4.4.4) 的条件。再以图 4.4.2 (c) 的分割，即在节点 1、4 进行分割，则可说明其后六组测试也是不满足条件的。

至于另外 10 组测试，不论采用何种分割和相应的划归措施，都能满足式 (4.4.3) 及 (4.4.4)，因此它们对 a 、 f 、 g 故障集是可能诊断的。

已经有许多种可以对包含有受控源的网络进行可诊断性判别的方法，具体方法可参考文献 [67]、[43]、[42]。

既然 $m \geq k$ 是可诊断性的一个重要判据，所以我们要进一步研究 $k = m$ 时的极限情况。事实上，当 $k = m$ 时，我们无法进行定位。因为 $k = m$ 时， $\mathbf{Z}_{mf}$ 总是方阵，只要它不奇异，预猜时总能满足式 (4.2.12) 或 (4.3.4)，因为此时 $[\mathbf{Z}_{mf}(\mathbf{Z}_{mf}^T \mathbf{Z}_{mf})^{-1} \mathbf{Z}_{mf}^T - \mathbf{I}]$ 本身已等于零，故此时两判别式已起不了定位筛选的作用，所以说， $m > k$ 才是预猜定位的必要条件。因此，上例图 4.4.2 中存在着 a, f, g 三个故障时，只有当它们已经定位后，才能应用式 (4.4.3) 及 (4.4.4) 进行判别；如果这三个故障尚未定位，而只用三个测试端口来进行预猜，那末就得不到验证，无法确定它们就是 a, f, g 。换句话说， $m > k$ 是预猜定位的必要条件，定位后的定值条件才是 $m \geq k$ 。

下面讨论故障元件数 k 的预判问题。由式 (4.3.3) 可以写出

$$\text{rank}(\Delta \mathbf{V}^m) \leq \min[\text{rank}(\mathbf{Z}_{mf}), \text{rank}(\Delta \mathbf{I}^{bf})] \quad (4.4.5)$$

因此可由 $\Delta \mathbf{V}^m$ 预估故障元件数。由于式 (4.4.5) 中 $\mathbf{Z}_{mf}$ 未必列满秩，为此引入独立故障数 k_d ，令其为

$$k_d \triangleq \text{rank}(\Delta \mathbf{V}^m) = r \quad (4.4.6)$$

考虑到下列关系

$$\begin{bmatrix} 1 & & & & \\ & 1 & & & \\ & & \ddots & & \\ & & & 1 & \\ & & & & 0 \\ & & & & & \ddots \\ & & & & & & 0 \\ (r) & & & & & & & 0 \end{bmatrix}_{m \times m}$$

$$\begin{aligned}
&= \begin{bmatrix} 1 & & & & & \\ & 1 & & & & \\ & & \ddots & & & \\ & & & 1 & & \\ & & & & 0 & \\ & & & & & \ddots \\ & & & & & & 0 \\ & & & & & & \vdots \\ & & & & & & 0 \end{bmatrix}_{m \times k} \begin{bmatrix} 1 & & & & & \\ & 1 & & & & \\ & & \ddots & & & \\ & & & 1 & & \\ & & & & 0 & \\ & & & & & \ddots \\ & & & & & & 0 \dots 0 \end{bmatrix}_{m \times k} \\
&= \begin{bmatrix} 1 & & & & & \\ & 1 & & & & \\ & & 1 & & & \\ & & & \ddots & & \\ & & & & 1 & \\ & & & & & 0 \\ & & & & & \vdots \\ & & & & & 0 \end{bmatrix}_{m \times k_d} \begin{bmatrix} 1 & & & & & \\ & 1 & & & & \\ & & 1 & & & \\ & & & \ddots & & \\ & & & & 1 & 0 \dots 0 \end{bmatrix}_{k_d \times m} \quad (4.4.7)
\end{aligned}$$

因此 $r = \min (r_1, r_2)$

对矩阵进行初等变换后得

$$\Delta V^m = Z_{mf} \Delta I_d^{bf} = Z_{mfd} \Delta I_d^{bf} \quad (4.4.8)$$

这说明有行满秩的 ΔI_d^{bf} 及列满秩的 Z_{mfd} ，且其秩均为 k ($\leq k$)，它们能够产生与实际故障相同的 ΔV^m 。

正因为如此， ΔV^m 的秩 k_d 可用来预估故障数，同时也证明只需要在 k_d 故障集内进行预猜，通过筛选最终能找到真正故障集。这样避免了全域筛选，节约了在线诊断时间。

当 $k_d = k$ 时，若 $m > k$ ，说明该故障集是可以诊断的。这里 m 的含义也不限于可及端口数，因为电路和激励都可能是交流的。

当 $k_d < k$ 时，不论是否满足 $m > k$ ，该故障集都是不可诊断的。通过在 k_d 支路集中进行筛选，各故障元件的参数

虽无法定值，但各元件却能定位。为了说明其原理，下面我们再次研究支路集之间的相关问题。

相关性可以分为互相关和单相关。设某集的 Z_{mf} 与真实故障集的 Z_m^* 之间的关系式 (4.3.5) 中，若 C 是非奇异方阵，则有

$$Z_{mf} = Z_m^* C^{-1} \quad (4.4.9)$$

因此它们是互相关的，互相关集之并称集为相关块。筛选时，可先预猜较大相关块中的任一支路集，一旦通过，说明只需在该相关块内依次对各互相关集再进行搜索。

若 C 是奇异方阵，由式 (4.3.5) 可知，此时 Z_m^* 必不满秩，该故障集是不可诊断的。这也说明了不可诊断的故障集与其同故障元件数的相关集之间不可能互相关，而只能是单相关，因为此时 C 的逆不存在。

若 C 为非方阵，而其行、列均满秩，则有

$$Z_{mf} = Z_m^* C^T (CC^T)^{-1} \quad (4.4.10)$$

可见当 C 之行数大于列数时， CC^T 总呈奇异，其逆不存在，所以这些相关集与故障集之间仅是单相关。而且由式 (4.3.5) 可知，该单相关集的故障数大于真实故障数，因此故障集往往是这些单相关集的子集。若故障集有同故障数的互相关集存在，则该互相关集也是这些单相关集的子集。

当 C 之行数小于列数时， CC^T 呈非奇异，其逆存在。这说明该故障集可以有故障数较少的互相关集，但式 (4.3.5) 同时也说明了该故障集是不可诊断的。这时它所包括的各个故障元件集，便是它所有互相关集的并。

§ 4.5 故障划界诊断法^{[76], [77]}

从前面几节的讨论中已经知道, 若网络中已知元件足够多时, 剩下的未知元件是可以用线性方法通过端口测试结果来确定的。因此在假定网络中大部分元件无故障的情况下, 根据测试结果可求出未知元件的值。将这些元件值与其标称值进行比较, 就能对未知元件中是否含有故障元件作出一个判决。但问题是已知元件仅仅是假定为无故障的, 实际上是否含有故障元件我们尚未确切知道, 因此对未知元件作有(或无)故障判决都不一定准确, 除非已知元件确实无故障。然而, 通过某些方法, 例如上节所述求 V^m 秩等方法, 若能限定网络中的最大故障元件数目, 再借助逻辑判断, 就能从并不准确的判决结果中获得不少有助于故障诊断的信息。反复对网络中的元件进行不同的划分, 每次划分都能得到若干定位信息。综合这些信息, 最后是有可能对网络中的所有故障元件进行定位的。这就是本节所要介绍的故障划界法的基本思想。

将网络中的 n_b 个元件分为两组: I 组有 n_1 个元件, II 组有 n_2 个元件, $n_1 + n_2 = n_b$ 。但要求 $n_2 \leq m$, m 是可测端数。若 I 组的元件均无故障, 则有

$$Y_{bI} V^{bI} = I^{bI} \quad (4.5.1)$$

将节点关联矩阵 A 按节点的可及和不可及, 又按 I 组和 II 组分块如下:

$$A = \begin{bmatrix} A_{mI} & A_{mII} \\ A_{xI} & A_{xII} \end{bmatrix} \quad (4.5.2)$$

由 KVL 及 KCL, 可有

$$A_{mI} I^{bI} + A_{mII} I^{bII} = I^m \quad (4.5.3a)$$

$$\mathbf{A}_{xI} \mathbf{l}^{bI} + \mathbf{A}_{xII} \mathbf{l}^{bII} = 0 \quad (4.5.3b)$$

$$\mathbf{A}_{mI}^T \mathbf{V}^m + \mathbf{A}_{xI}^T \mathbf{V}^x = \mathbf{V}^{bI} \quad (4.5.3c)$$

$$\mathbf{A}_{mII}^T \mathbf{V}^m + \mathbf{A}_{xII}^T \mathbf{V}^x = \mathbf{V}^{bII} \quad (4.5.3d)$$

将式 (4.5.3c) 的 $\mathbf{V}^{bI}$ 代入式 (4.5.1) 中, 再将式 (4.5.1) 的 $\mathbf{l}^{bI}$ 代入式 (4.5.3a)、(4.5.3b) 中, 可有

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_{mI} \mathbf{Y}_{bI} \mathbf{A}_{mI}^T \mathbf{V}^m + \mathbf{A}_{mI} \mathbf{Y}_{bI} \mathbf{A}_{xI}^T \mathbf{V}^x \\ + \mathbf{A}_{mII} \mathbf{l}^{bII} = \mathbf{l}^m \end{aligned} \quad (4.5.4a)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_{xI} \mathbf{Y}_{bI} \mathbf{A}_{mI}^T \mathbf{V}^m + \mathbf{A}_{xI} \mathbf{Y}_{bI} \mathbf{A}_{xI}^T \mathbf{V}^x \\ + \mathbf{A}_{xII} \mathbf{l}^{bII} = 0 \end{aligned} \quad (4.5.4b)$$

$$\text{令} \quad \left. \begin{aligned} \mathbf{Y}_{mmI} &\triangleq \mathbf{A}_{mI} \mathbf{Y}_{bI} \mathbf{A}_{mI}^T \\ \mathbf{Y}_{mxI} &\triangleq \mathbf{A}_{mI} \mathbf{Y}_{bI} \mathbf{A}_{xI}^T \\ \mathbf{Y}_{xmI} &\triangleq \mathbf{A}_{xI} \mathbf{Y}_{bI} \mathbf{A}_{mI}^T \\ \mathbf{Y}_{xxI} &\triangleq \mathbf{A}_{xI} \mathbf{Y}_{bI} \mathbf{A}_{xI}^T \end{aligned} \right\} \quad (4.5.5)$$

则式 (4.5.4) 可写成

$$\begin{bmatrix} \mathbf{Y}_{xxI} & \mathbf{A}_{xII} \\ \mathbf{Y}_{mxI} & \mathbf{A}_{mII} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{V}^x \\ \mathbf{l}^{bII} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\mathbf{Y}_{xmI} \mathbf{V}^m \\ \mathbf{l}^m - \mathbf{Y}_{mmI} \mathbf{V}^m \end{bmatrix} \quad (4.5.6)$$

由于 $m \geq n_2$, 因此上述方程组中的方程个数大于或等于未知量个数。若系数矩阵列满秩, 则解为

$$\begin{bmatrix} \mathbf{V}^x \\ \mathbf{l}^{bII} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{Y}_{xxI} & \mathbf{A}_{xII} \\ \mathbf{Y}_{mxI} & \mathbf{A}_{mII} \end{bmatrix}^{-L} \begin{bmatrix} -\mathbf{Y}_{xmI} \mathbf{V}^m \\ \mathbf{l}^m - \mathbf{Y}_{mmI} \mathbf{V}^m \end{bmatrix} \quad (4.5.7)$$

这里 $[\cdot]^{-L}$ 表示矩阵的左逆。由上式求得 $\mathbf{V}^x$ 及 $\mathbf{l}^{bII}$ 后, 将 $\mathbf{V}^x$ 代入式 (4.5.3a') 中, 可求得 $\mathbf{V}^{bII}$ 。由 $\mathbf{V}^{bII}$ 及 $\mathbf{l}^{bII}$ 立即可得 $\mathbf{Y}_{bII}$, 即 II 组元件的参数。

当 $\mathbf{A}_{mII}$ 列满秩从而 $\mathbf{A}_{mII}^{-L}$ 存在时, 上式中的左逆为

$$\begin{aligned}
& \begin{bmatrix} Y_{xxI} & A_{xII} \\ Y_{mxI} & A_{mII} \end{bmatrix}^{-L} = \\
& \left[\begin{array}{l} (Y_{xxI} - A_{xII} A_{mII}^{-L} Y_{mxI})^{-1} \\ - (Y_{xxI} - A_{xII} A_{mII}^{-L} Y_{mxI})^{-1} A_{xII} A_{mII}^{-L} \\ - A_{mII}^{-L} Y_{mxI} (Y_{xxI} - A_{xII} A_{mII}^{-L} Y_{mxI})^{-1} \cdot \\ A_{xII} A_{mII}^{-L} \\ A_{mII}^{-L} Y_{mxI} (Y_{xxI} - A_{xII} A_{mII}^{-L} Y_{mxI})^{-1} \cdot \\ A_{xII} A_{mII}^{-L} \end{array} \right] \begin{array}{l} (1,1) \\ (1,2) \\ (2,1) \end{array} \\
& (4.5.8)
\end{aligned}$$

将它代回式 (4.5.7) 中, 经整理可得 V^x 为

$$\begin{aligned}
V^x &= - (Y_{xxI} - A_{xII} A_{mII}^{-L} Y_{mxI})^{-1} \cdot \\
& [Y_{xmi} V^m - A_{xII} A_{mII}^{-L} (I^m - Y_{mmi} V^m)] \\
& (4.5.9)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
I_{bII} &= - A_{mII}^{-L} Y_{mxI} V^x + A_{mII}^{-L} (I^m - Y_{mmi} V^m) \\
& (4.5.10)
\end{aligned}$$

设这样计算得到的元件参数值为 Y_{bII}^c , 若它与标称值之偏离小于容差, 则该元件可看作是无故障的, 反之就是有故障的。这就是判决准则, 分别用 0 与 1 代表无故障及有故障。于是, 对于 II 组元件, 可用一个 0、1 序列来反映其中的故障情况。因此, 当给定网络的端口测试值后, 就可以对网络中的所有元件作各种不同的划分, 唯一的限制是 $n_2 \leq m$ 。每次划分都对应有一个 0、1 序列来描述 II 组元件的故障情况。当然这些序列并不能够确切地反映真实的故障情况。下面讨论如何从这些序列中确定真实故障情况。

先考虑网络中仅有单故障的情况。讨论下列可能: (a) 若判决结果 II 为全零序列, 则可初步认为 II 中元件基本正常, 因此, 真实的故障元件应该还在 I 中。因为若 I 中没有

故障元件，则表明与实际情况不符；(b) 若判决结果 Π 为多故障序列，则也可认为 Π 中元件基本正常，而故障元件很可能还在 I 中。因为网络中只能有单故障。(c) 若判决结果 Π 为单故障序列，则说明该结果基本可靠，可将 Π 中无故障元件下次划入 I 中并与原 I 中相同数目的任何元件对调，反复验证，从而可保证结果可靠。

〔例〕 在图 4.2.3 所示的电路中，设故障元件数为 1，各元件标称值均为 1，节点 1、2、3 均可测； $I^m = [1 \ 0 \ 0]^T$ ， $V^m = [2/3 \ 1/3 \ 1/6]^T$ 。

将元件先划分为 $I = \{c, d, e\}$ ， $\Pi = \{a, b\}$ 两组，则有

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_{mI} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} & \mathbf{A}_{m\Pi} &= \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \\ \mathbf{A}^{-L}_{m\Pi} &= \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} & \mathbf{Y}_{mmI} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

故

$$\begin{aligned} \mathbf{V}^{b\Pi} &= \mathbf{A}_{m\Pi}^T \cdot \mathbf{V}^m = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2/3 \\ 1/3 \\ 1/6 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 2/3 \\ 1/3 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$\mathbf{I}^{b\Pi} = \mathbf{A}^{-L}_{mI} (\mathbf{I}^m - \mathbf{Y}_{mmI} \mathbf{V}^m) = \begin{bmatrix} 1/2 \\ 1/2 \end{bmatrix}$$

可见 $a^c \neq a^o$ ， $b^c \neq b^o$ 。因为电路中只能有单故障，因此初步认为 a 、 b 是无故障的。

再把元件划分为 $I = \{a, b, d\}$, $II = \{c, e\}$ 两组, 则有

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_{mI} &= \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} & \mathbf{A}_{mII} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \\ \mathbf{A}^{-L}_{mII} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} & \mathbf{Y}_{mmI} &= \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

可以算得

$$\mathbf{I}^{bII} = \begin{bmatrix} 1/6 \\ 1/6 \end{bmatrix} \quad \mathbf{V}^{bII} = \begin{bmatrix} 1/3 \\ 1/6 \end{bmatrix}$$

所以 $c^c \neq c^0$, $e^c = e^0$, 即有单故障 c 。为此可进一步验证, 因为 I 中的 d 是否无故障尚待验证。因此又把元件划分为 $I = \{a, b, e\}$, $II = \{c, d\}$ 两组, 则有

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_{mI} &= \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} & \mathbf{A}_{mII} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \\ \mathbf{A}^{-L}_{mII} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} & \mathbf{Y}_{mmI} &= \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

可以算得

$$\mathbf{V}^{bII} = \begin{bmatrix} 1/3 \\ 1/6 \end{bmatrix} \quad \mathbf{I}^{bII} = \begin{bmatrix} 1/6 \\ 1/6 \end{bmatrix}$$

所以 $c^c \neq c^0$, $d^c = d^0$, 故 d 无故障已获得验证。

为确保无误, 也可继续划分 $I = \{a, d, e\}$ 、 $II = \{c, b\}$ 或 $I = \{b, d, e\}$ 、 $II = \{a, c\}$ 等若干组, 多次反复验证。

对于多故障的情况, 原则上与判别单故障的情况相同,

只是反复验证过程比较麻烦费时。为了加快故障定位速度，还可以对每一种划分构造一张“耦合表”，如下所示：

		I				
		a	b	c	d	e
I	x	S_{xa}	S_{xb}	S_{xc}	S_{xd}	S_{xe}
	y	S_{ya}	S_{yb}	S_{yc}	S_{yd}	S_{ye}
	z	S_{za}	S_{zb}	S_{zc}	S_{zd}	S_{ze}

表中元素的含义是：元 (i, j) 表示元件 i 的判决结果受元件 j 的影响程度，可通过分析 II 中元件的电流/电压对 I 中元件参数的灵敏度来表示。灵敏度值愈大，表示影响愈强。由此耦合表，每进行一次划分，就可以判断出较多的无故障元件。若 II 中某一元件无故障，则在耦合表中该元件所在行中凡灵敏度较大值之元所对应的 I 中元件可有更大保证是无故障的，这样便大大加速了故障的定位。

由式 $(4.5.1) \sim (4.5.10)$ 可以看出，所有的矩阵均可离线事先算得，它们仅取决于元件的划分及标称值。将这些矩阵值存入数据库，这样在线诊断时只要根据激励 I^m 值及测得的 V^m 值作一些简单的矩阵运算就可算得 II 中的元件值，大大缩短了在线诊断时间。

§ 4.6 网络分解诊断法^{[78]、[79]}

若能把一个庞大的复杂的问题分解为一系列小问题来逐个处理，这是工程上喜用的基本方法。所谓故障诊断的网络分解法，其思想即是：将一个大网络分解为若干个子网络，诊断时首先将故障定位到某个子网络，再在这个子网络中将

故障定位到更小的子网络。如此逐级进行，不断缩小故障区域，直至找到真正的故障元件。因此又称之为分级诊断。

采用这样的方法，将会使诊断的工作量及诊断过程中的数据存贮量明显地减少。另一方面，在不少场合我们只需找出故障存在的区域就可以了，这时若仍将故障定位到元件，则无疑是一种浪费。

网络分解法的关键是如何确定故障子网络，为此我们先讨论任意一个子网络无故障的条件。

1. 子网络无故障的条件

设待诊断网络为 S ，在 S 的部分节点上进行撕裂，撕裂后得到的第 i 个子网络为 S_i ，如图 4.6.1 所示。 S_i 有 $m_i + 1$ 个外部节点与 S 相连，其中有一个是接地点。把这些外部节点集记为 M_i ，则 S_i 的端口特性可描述为

$$I^{M_i}(t) = h^{M_i}[V^{M_i}(t), r_i] \quad (4.6.1)$$

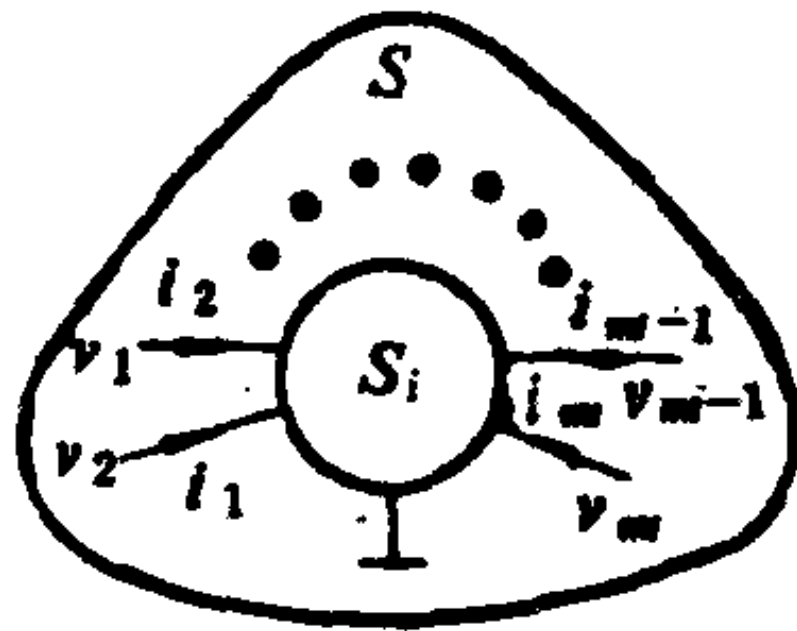


图 4.6.1

$I^{M_i}(t)$ 、 $V^{M_i}(t)$ 分别表示流入 m_i 个节点的电流及这些节点上的电压， r_i 是 S_i 的元件特性参量。将 M_i 中的节点分为以下四类：

$M_{i\alpha}$ 节点：节点电压及流入的电流都是已知的节点；

$M_{i\beta}$ 节点：仅已知节点电压的节点；

$M_{i,r}$ 节点: 仅已知流入电流的节点;

$M_{i,s}$ 节点: 节点电压及流入的电流均未知的节点。

于是

$$M_i = M_{i,a} \cup M_{i,\beta} \cup M_{i,r} \cup M_{i,s}$$

$$m_i = m_{i,a} + m_{i,\beta} + m_{i,r} + m_{i,s}$$

按上述节点划分法, 式 (4.6.1) 可写为

$$I^{M_{i,a}}(t) = h^{M_{i,a}}[V^{M_{i,a}}(t), V^{M_{i,\beta}}(t), V^{M_{i,r}}(t), \\ V^{M_{i,s}}(t), r_i]$$

$$I^{M_{i,\beta}}(t) = h^{M_{i,\beta}}[V^{M_{i,a}}(t), V^{M_{i,\beta}}(t), V^{M_{i,r}}(t), \\ V^{M_{i,s}}(t), r_i]$$

$$I^{M_{i,r}}(t) = h^{M_{i,r}}[V^{M_{i,a}}(t), V^{M_{i,\beta}}(t), V^{M_{i,r}}(t), \\ V^{M_{i,s}}(t), r_i]$$

$$I^{M_{i,s}}(t) = h^{M_{i,s}}[V^{M_{i,a}}(t), V^{M_{i,\beta}}(t), V^{M_{i,r}}(t), \\ V^{M_{i,s}}(t), r_i]$$

(4.6.2)

当 $m_{i,a} > m_{i,s}$, 且 S_i 无故障时, 下列方程组

$$I^{M_{i,a}}(t) = h^{M_{i,a}}[V^{M_{i,a}}(t), V^{M_{i,\beta}}(t), V^{M_{i,r}}(t), \\ V^{M_{i,s}}(t), r_i^0]$$

$$I^{M_{i,r}}(t) = h^{M_{i,r}}[V^{M_{i,a}}(t), V^{M_{i,\beta}}(t), V^{M_{i,r}}(t), \\ V^{M_{i,s}}(t), r_i^0]$$

(4.6.3)

对 $V^{M_{i,s}}$ 及 $V^{M_{i,r}}$ 来说将是一个超定方程组, 因为 r_i^0 是元件参量的标称值, 而上式中 $V^{M_{i,a}}$ 、 $V^{M_{i,\beta}}$ 、 $I^{M_{i,a}}$ 、 $I^{M_{i,r}}$ 是已知的。为此, 若 S_i 无故障, 则该方程组必须是相容的。从而可得到判别子网络故障的第一个条件——内自测条件, 记作 ISTC (Internal Self-Test Condition)。子网络 S_i 无故障的一个必要条件是超定方程组式 (4.6.3) 在任何时刻 t

相容。

我们在分解网络时若只在可测节点上撕裂，则 M_i 的所有节点电压均已知，从而 $m_{i,r} = m_{i,s} = 0$ 。这时可得下面子网络无故障的必要且几乎充分的条件，

自测条件 STC (Self-Test Condition)：若 $m_{i,s} \geq 1$ ，且 $m_{i,r} = m_{i,s} = 0$ ，则当且仅当

$$I^{M_i}(t) - h^{M_i}(V^{M_i}(t), r_i^0) = 0 \quad \forall t \quad (4.6.4)$$

时， S_i 无故障。

由于电流的测量很不方便，因此上式中的 I^{M_i} 往往只能取作激励电流源，这样 STC 的应用就受到了很大限制，但利用 KCL 检验流入某一节点的电流的守恒性，我们可以判别与该节点相关联的子网络的故障情况。设与某一节点 C 相关联的 k 个子网络 S_i ($i \in J_c$) 均连通，且每个子网络的 $m_i + 1$ 个外部节点电压均可测量，如图 (4.6.2) 所示，于是在标称值下， S_i 与 C 相关联的电流可由下式求得，即

$$I_C^{M_i}(t) = h_C^{M_i}[V^{M_i}(t), r_i^0], \quad i \in J_c \quad (4.6.5)$$

显然，若与 C 关联的各子网络均无故障，则在节点 C 上必须满足 KCL。这就是下面判断子网络故障情况的互测条件 MTC。

互测条件 MTC (Mutual Test Condition)：与 C 关联的各子网络 S_i ($i \in J_c$) 无故障的必要且几乎充分的条件为

$$\sum_{i \in J_c} h_C^{M_i}[V^{M_i}(t), r_i^0] = 0 \quad (4.6.6)$$

若上式成立，则与 C 相关联的所有 S_i 均无故障且关联电流就是 $h^{M_i}(V^{M_i}(t), r_i^0)$ 。

也可利用割集上的 KCL，进一步将上述互测条件推广为

广义的互测条件GMTC。

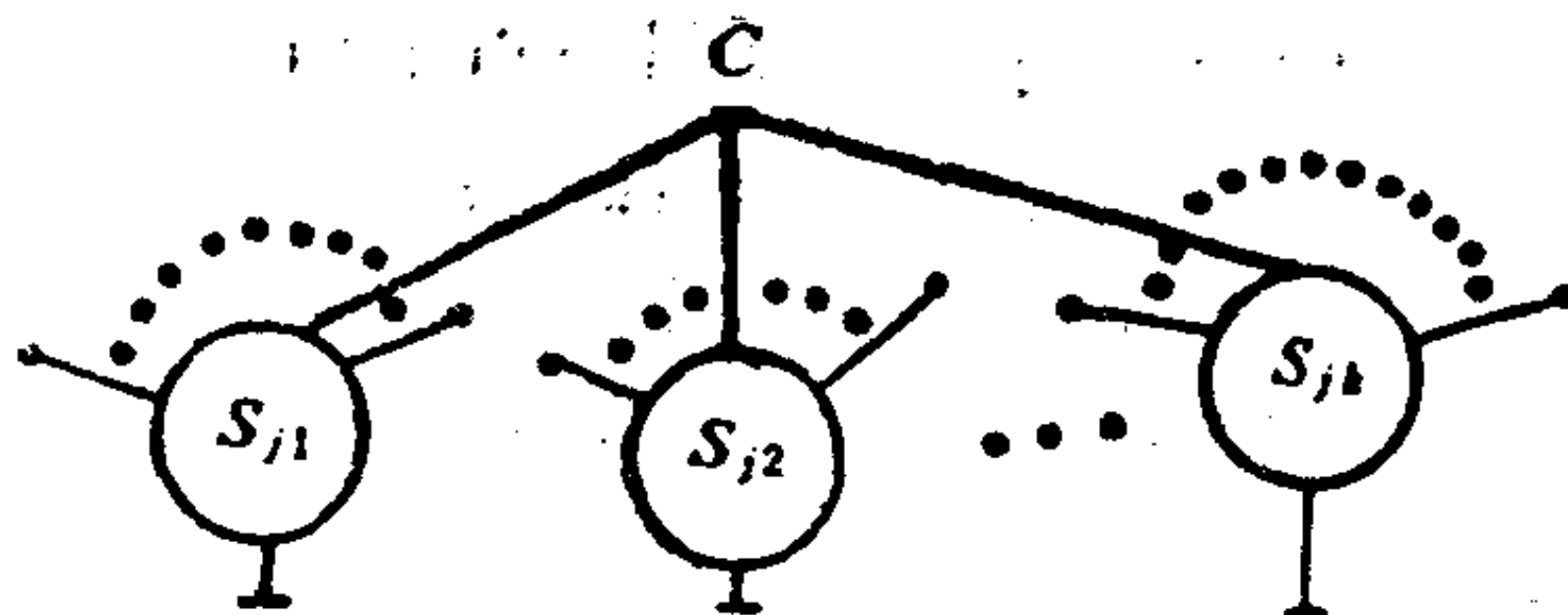


图 4.6.2

广义互测条件 GMTC (Generalized Mutual Testing Condition): 令 $E_i \subseteq M_i$, $i \in J$, 为子网络 S_i 的某些外部节点。若与节点 E_i ($i \in J$) 相关联的电流形成一个割集, 则这些子网络无故障的必要且几乎充分的条件是

$$\sum_{i \in J} \sum_{j \in E_i} h_i^{M_i}(V^{M_i}(t), r_i^0) = 0 \quad (4.6.7)$$

2. 故障的逐步定位

现在我们讨论如何利用上述四个测试条件来确定故障子网络, 并在故障子网络中逐步确定故障元件。

首先将 S 在各可测节点上撕裂, 分解为一系列子网络 S_i 。用一个逻辑变量 σ_i 来表示 S_i 的故障情况。若 S_i 无故障, 则 $\sigma_i = 1$, 记作 σ_i ; 若 S_i 有故障则 $\sigma_i = 0$, 记作 $\bar{\sigma}_i$ 。对分解后的网络用 STC、MTC、GMTC 进行检验, 将其结果记作 LTF J , $J = \{j_1 j_2 \cdots j_k\}$ 表示被检验的 k 个子网络。若测试条件满足, J 中的网络均无故障, 则

$$\text{LTF } J = \sigma_{j_1} \cap \sigma_{j_2} \cap \cdots \cap \sigma_{j_k} \quad (4.6.8)$$

反之, 若测试条件不满足, 则 J 中至少有一个子网络是有故障的, 从而

$$\text{LTF } J = \bar{\sigma}_{j_1} \cup \bar{\sigma}_{j_2} \cup \cdots \cup \bar{\sigma}_{j_k} \quad (4.6.9)$$

若我们对 S 共进行了 l 次检验, 则如下的逻辑函数

$$\text{LDF} = \bigcap_{i=1}^l \text{LTF } J_i \quad (4.6.10)$$

就可表示各子网络的故障情况。不难理解, LDF 中与 $\bar{\sigma}_j$ 对应的子网络是有故障的, 与 σ_j 对应的子网络是无故障的。若某一子网络对应的逻辑在 LDF 中没有出现, 我们便无法对该子网络的故障情况作任何判断, 这时尚须在該子网络的外部节点或相关的割集上作进一步检验, 或者引入另外的可测节点。

在确定故障子网络后, 我们再用 ISTC 从中确定故障区域。将故障子网络 S_i 划分为两个更小的子网络 S_j 及 S_k , $S_i = S_j \cup S_k$ 。由 ISTC 我们可以确定 S_j 或 S_k 中哪一个是有故障的。利用其中无故障的子网络可求得 S_j 与 S_k 的公共节点上的电压及它们之间的电流, 然后继续将其中的故障子网络分解为两个更小的子网络, 重复上述过程, 直至条件 $m_{i,0} > m_{i,1}$ 不能满足, 即无法应用 ISTC 为止, 这就是可能确定的最小故障区域。在进一步寻找故障元件时, 可再利用前两节介绍的节点或支路故障的预猜验证法。

〔例〕用网络分解法确定图 4.2.3 电路中的故障元件。将该电路分解为 5 个子网络, 如图 4.6.3 所示。设当 $I_{in} = 1 \text{ A}$ 时, 测得 $V_1^m = 2/3 \text{ V}$, $V_2^m = 1/3 \text{ V}$, $V_3^m = 1/6 \text{ V}$ 。元件标称值仍为 $G_1 = G_2 = G_3 = G_4 = G_5 = 1 \text{ S}$ 。

流入各子网络的电流为:

$$S_1: I_1^1 = -1/3 \text{ A}$$

$$S_2: I_1^2 = 1/3 \text{ A}, I_2^2 = -1/3 \text{ A}$$

$$S_3: I_2^3 = 1/3 \text{ A}$$

$$S_4: I_2^4 = 1/6 \text{ A}, I_3^4 = -1/6 \text{ A}$$

$$S_6: I_3^5 = 1/6 \text{ A}$$

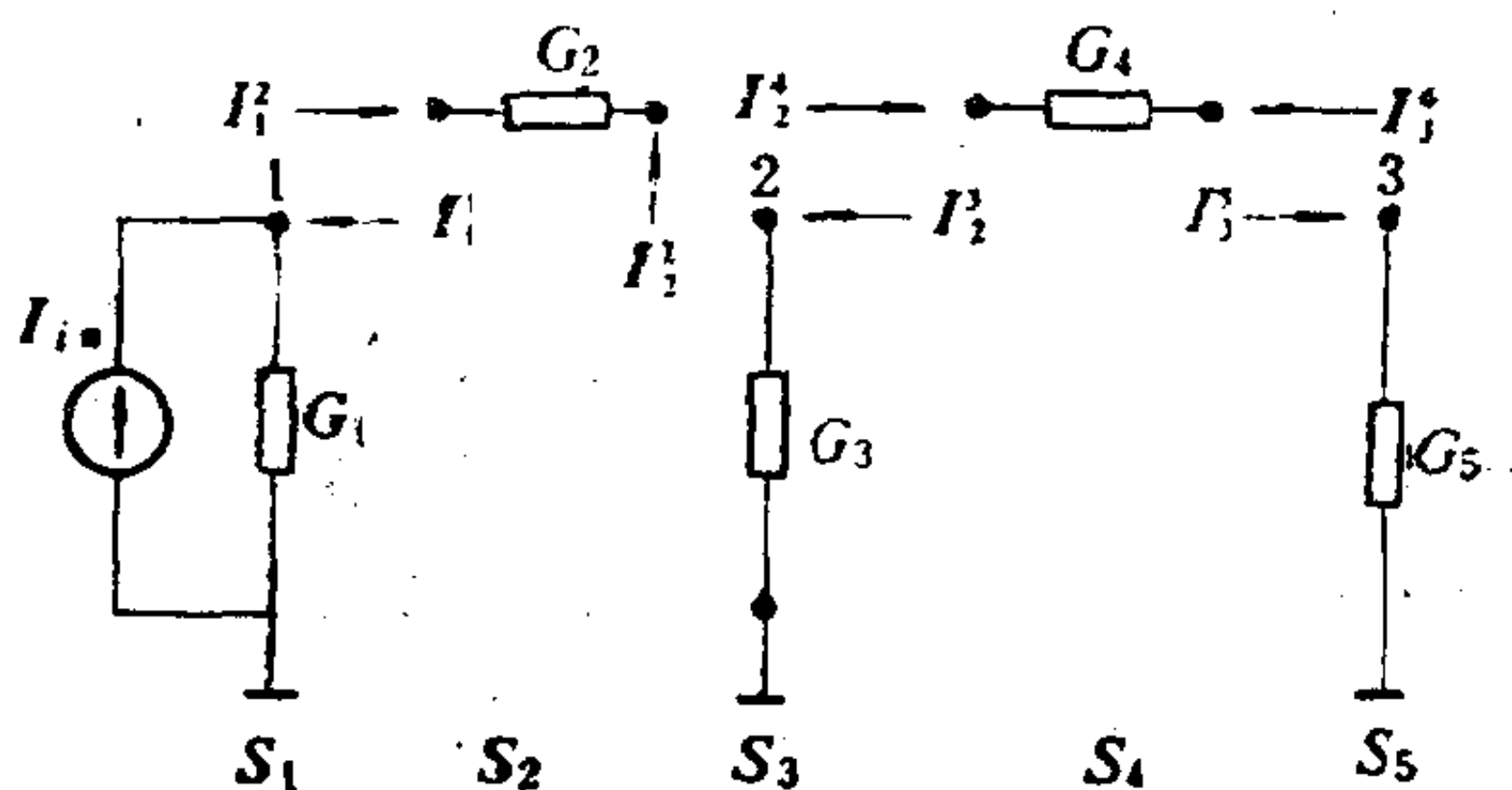


图 4.6.3

在各撕裂节点上检验KCL (MTC), 有:

$$\text{节点 1: } I_1^1 + I_1^2 = 0 \text{ A}, \quad LTF_{12} = \sigma_1 \cap \sigma_2$$

$$\text{节点 2: } I_2^2 + I_2^3 + I_2^4 = 1/6 \text{ A}$$

$$LTF_{234} = \overline{\sigma_2} \cup \overline{\sigma_3} \cup \overline{\sigma_4}$$

$$\text{节点 3: } I_3^4 + I_3^5 = 0 \text{ A}, \quad LTF_{45} = \sigma_4 \cap \sigma_5$$

$$LDF = LTF_{12} \cap LTF_{234} \cap LTF_{45}$$

$$= (\sigma_1 \cap \sigma_2) \cap (\overline{\sigma_2} \cup \overline{\sigma_3} \cup \overline{\sigma_4}) \cap (\sigma_4 \cap \sigma_5)$$

$$= \sigma_1 \cap \sigma_2 \cap \overline{\sigma_3} \cap \sigma_4 \cap \sigma_5,$$

因此 S_3 是故障子网络, 且流入 S_3 的电流是 $-I_2^4 - I_2^2 =$

$$1/6 \text{ A}。 \text{ 于是 } G_3 \text{ 的故障值为 } G_3^f = \left(\frac{1}{6} \right) / \left(\frac{1}{3} \right) = \frac{1}{2}。$$

§ 4.7 容差问题^{[80]、[81]}

在本章所讨论的各种预猜验证法中, 我们都假定若元件无故障时, 其特性参数就是它的标称值, 即设计值。然而

在实际电路中，情况往往不是这样。所谓的无故障元件，其实际参数值总与标称值有一定程度的偏差，尤其在集成电路中，实际参数值与标称值的偏差常常可达 3~10%，有时甚至高达 20~80%。显然，在上述假定下所获得的诊断结果是难以准确地反映电路的实际故障情况的。这一节我们就以式 (4.3.4) 的故障判别式来讨论容差问题，并介绍一个考虑容差的诊断方法。

1. 故障判别式的误差^[64]

下面研究元件参数有容差时，故障判别式 (4.3.4) 受到的影响。令 $\mathbf{P} \triangleq (\mathbf{Z}_{mf}(\mathbf{Z}_{mf}^T \mathbf{Z}_{mf})^{-1} \mathbf{Z}_{mf}^T - \mathbf{I})$ ， $\mathbf{x} \triangleq \Delta \mathbf{V}^m$ ，则故障判别式为

$$\mathbf{P}\mathbf{x} = \mathbf{0} \quad (4.7.1)$$

在有容差情况下，上式右端不为零，而为

$$\mathbf{P}\mathbf{x} = \boldsymbol{\varepsilon} \quad (4.7.2)$$

下面估计 $\boldsymbol{\varepsilon}$ 的大小。设由于参数容差的影响使 $\mathbf{P} \rightarrow \mathbf{P} + \Delta \mathbf{P}$ ， $\mathbf{x} \rightarrow \mathbf{x} + \Delta \mathbf{x}$ ，则应有

$$(\mathbf{P} + \Delta \mathbf{P})(\mathbf{x} + \Delta \mathbf{x}) = \mathbf{0} \quad (4.7.3)$$

由上述两式，略去二阶小量，有

$$\begin{aligned} \|\boldsymbol{\varepsilon}\| &\approx \|\mathbf{P}\Delta \mathbf{x} + \Delta \mathbf{P}\mathbf{x}\| \leq \|\mathbf{P}\Delta \mathbf{x}\| + \|\Delta \mathbf{P}\mathbf{x}\| \\ &\leq \|\mathbf{P}\| \|\Delta \mathbf{x}\| + \|\Delta \mathbf{P}\| \|\mathbf{x}\| \end{aligned} \quad (4.7.4)$$

$\|\cdot\|$ 表示某种范数，对于 $\Delta \mathbf{P}$ ，可以推得

$$\begin{aligned} \Delta \mathbf{P} &= \Delta [\mathbf{Z}_{mf}(\mathbf{Z}_{mf}^T \mathbf{Z}_{mf})^{-1} \mathbf{Z}_{mf}^T - \mathbf{I}] \\ &= -\mathbf{P} \Delta \bar{\mathbf{Z}}_{mf} - (\Delta \bar{\mathbf{Z}}_{mf})^T \mathbf{P} \end{aligned} \quad (4.7.5)$$

其中

$$\Delta \bar{\mathbf{Z}}_{mf} = \Delta \mathbf{Z}_{mf}(\mathbf{Z}_{mf}^T \mathbf{Z}_{mf})^{-1} \mathbf{Z}_{mf}^T$$

设 $\|\Delta \bar{\mathbf{Z}}_{mf}\| \leq \delta$ ， $\|\Delta \mathbf{x}\| \leq \xi$ ，则可以证明

$$\begin{aligned}\|\Delta \mathbf{P}\| &\leq \|\mathbf{P}\| \|\Delta \bar{\mathbf{Z}}_{mf}\| + \|(\Delta \bar{\mathbf{Z}}_{mf})^T\| \|\mathbf{P}\| \\ &\leq 2\|\Delta \bar{\mathbf{Z}}_{mf}\| = 2\delta\end{aligned}$$

上式中 $\|\mathbf{P}\| = 1$ 。由式 (4.7.4) 可得

$$\|\boldsymbol{\varepsilon}\| \leq \xi + 2\delta\|\mathbf{x}\| \quad (4.7.6)$$

这就是对参数容差引起的故障判别式误差 $\boldsymbol{\varepsilon}$ 大小的一个估计。其中的 ξ 与 δ 可通过容差分析得到，

$$\begin{aligned}\Delta \bar{\mathbf{Z}}_{mf} &= \Delta \mathbf{Z}_{mf} (\mathbf{Z}_{mf}^T \mathbf{Z}_{mf})^{-1} \mathbf{Z}_{mf}^T \\ &= \left(\sum_{i=1}^N \frac{\partial \mathbf{Z}_{mf}}{\partial r_i} \Delta r_i \right) (\mathbf{Z}_{mf}^T \mathbf{Z}_{mf})^{-1} \mathbf{Z}_{mf}^T\end{aligned} \quad (4.7.7)$$

$$\Delta \mathbf{x} = \sum_{i=1}^N \frac{\partial \Delta \mathbf{V}_m}{\partial r_i} \Delta r_i \quad (4.7.8)$$

对于不同的故障元件组合，先由式 (4.7.7)、(4.7.8) 估计 ξ 、 δ 的大小，然后由式 (4.7.6) 即可给出表示 $\boldsymbol{\varepsilon}$ 大小的一个界限，这个界限在诊断过程中是很有参考价值的。

2. 容差情况下的诊断方程

设元件标称值为 r_0 ，容差为 r_i ，因故障而引起的偏差为 Δr ，则容差情况下的可测节点电压变化为

$$\begin{aligned}\Delta \mathbf{V}^m &= \mathbf{V}^m(r_0 + r_i + \Delta r) - \mathbf{V}^m(r_0) \\ &= \mathbf{V}^m(r_0 + r_i + \Delta r) - \mathbf{V}^m(r_0 + r_i) \\ &\quad + \mathbf{V}^m(r_0 + r_i) - \mathbf{V}^m(r_0)\end{aligned} \quad (4.7.9)$$

式中 $\mathbf{V}^m(r_0)$ 、 $\mathbf{V}^m(r_0 + r_i)$ 、 $\mathbf{V}^m(r_0 + r_i + \Delta r)$ 分别是在标称情况、实际无故障情况、实际有故障情况下的可测节点电压。仍引入代偿电流源

$$\Delta \mathbf{I}^b = -\Delta \mathbf{Y}_b [\mathbf{V}^b(r_0 + r_i) + \Delta \mathbf{V}^b] \quad (4.7.10)$$

$\mathbf{V}^b(r_0 + r_i)$ 表示实际情况下的支路电压，则式 (4.7.9) 中

的第一项可写为

$$\begin{aligned} & V^m(\mathbf{r}_0 + \mathbf{r}_i + \Delta \mathbf{r}) - V^m(\mathbf{r}_0 + \mathbf{r}_i) \\ &= \mathbf{Z}_{mb}(\mathbf{r}_0 + \mathbf{r}_i) \Delta \mathbf{l}^b \end{aligned} \quad (4.7.11)$$

$\mathbf{Z}_{mb}(\mathbf{r}_0 + \mathbf{r}_i)$ 指 $\mathbf{Z}_{mb}$ 在元件参数为 $\mathbf{r}_0 + \mathbf{r}_i$ 时的值。对第二项我们用 Taylor 级数展开, 可得

$$V^m(\mathbf{r}_0 + \mathbf{r}_i) - V^m(\mathbf{r}_0) = \left. \frac{\partial V^m}{\partial \mathbf{r}} \right|_{\mathbf{r}_0} \cdot \mathbf{r}_i + O(\|\mathbf{r}_i\|^2)$$

假设容差较小, 则有 $\|\mathbf{r}_i\| \ll \|\mathbf{r}_0\|$, 于是可略去上式中的三阶项, 得

$$V^m(\mathbf{r}_0 + \mathbf{r}_i) - V^m(\mathbf{r}_0) = \left. \frac{\partial V^m}{\partial \mathbf{r}} \right|_{\mathbf{r}_0} \cdot \mathbf{r}_i \quad (4.7.12)$$

于是

$$\Delta V^m = \mathbf{Z}_{mb}(\mathbf{r}_0 + \mathbf{r}_i) \Delta \mathbf{l}^b + \left. \frac{\partial V^m}{\partial \mathbf{r}} \right|_{\mathbf{r}_0} \cdot \mathbf{r}_i \quad (4.7.13)$$

式中的 $\mathbf{Z}_{mb}(\mathbf{r}_0 + \mathbf{r}_i)$ 是未知的, 我们将这个矩阵在 $\mathbf{r}_0$ 处作 Taylor 展开。略去二阶项有

$$\mathbf{Z}_{mb}(\mathbf{r}_0 + \mathbf{r}_i) = \mathbf{Z}_{mb}(\mathbf{r}_0) + \sum_{j=1}^N \left. \frac{\partial \mathbf{Z}_{mb}}{\partial r_j} \right|_{\mathbf{r}_{0j}} \cdot \mathbf{r}_{ij}$$

因此有

$$\begin{aligned} & \mathbf{Z}_{mb}(\mathbf{r}_0 + \mathbf{r}_i) \Delta \mathbf{l}^b \\ &= \mathbf{Z}_{mb}(\mathbf{r}_0) \cdot \Delta \mathbf{l}^b + \left(\sum_{j=1}^N \left. \frac{\partial \mathbf{Z}_{mb}}{\partial r_j} \right|_{\mathbf{r}_{0j}} \cdot \mathbf{r}_{ij} \right) \Delta \mathbf{l}^b \\ &= \mathbf{Z}_{mb}(\mathbf{r}_0) \Delta \mathbf{l}^b + \sum_{i=1}^{n_b} \left(\sum_{j=1}^N \left. \frac{\partial \mathbf{Z}_{mbi}}{\partial r_j} \right|_{\mathbf{r}_{0j}} \cdot \mathbf{r}_{ij} \right) \Delta \mathbf{l}_i^b \end{aligned}$$

$$= \mathbf{Z}_{mb}(\mathbf{r}_0) \Delta \mathbf{l}^b + \sum_{i=1}^{n_b} \left(\frac{\partial \mathbf{Z}_{mbi}}{\partial \mathbf{r}} \bigg|_{\mathbf{r}_0} \cdot \mathbf{r}(t) \right) \Delta I_i^b \quad (4.7.14)$$

式中 $\mathbf{Z}_{mbi}$ 是 $\mathbf{Z}_{mb}$ 的第 i 列, ΔI_i^b 是 $\Delta \mathbf{l}^b$ 的第 i 个分量。于是式 (4.7.13) 变为

$$\begin{aligned} \Delta \mathbf{V}^m &= \mathbf{Z}_{mb}(\mathbf{r}_0) \Delta \mathbf{l}^b + \sum_{i=1}^{n_b} \left(\frac{\partial \mathbf{Z}_{mbi}}{\partial \mathbf{r}} \bigg|_{\mathbf{r}_0} \cdot \mathbf{r}_i \right) \Delta I_i^b \\ &\quad + \frac{\partial \mathbf{V}^m}{\partial \mathbf{r}} \bigg|_{\mathbf{r}_0} \cdot \mathbf{r}_i \\ &= \mathbf{Z}_{mb}(\mathbf{r}_0) \Delta \mathbf{l}^b + \left(\sum_{i=1}^{n_b} \Delta I_i^b \frac{\partial \mathbf{Z}_{mbi}}{\partial \mathbf{r}} \bigg|_{\mathbf{r}_0} \right) \mathbf{r}_i \\ &\quad + \frac{\partial \mathbf{V}^m}{\partial \mathbf{r}} \bigg|_{\mathbf{r}_0} \cdot \mathbf{r}_i = \mathbf{Z}_{mb}(\mathbf{r}_0) \Delta \mathbf{l}^b \\ &\quad + \left(\sum_{i=1}^{n_b} \Delta I_i^b \frac{\partial \mathbf{Z}_{mbi}}{\partial \mathbf{r}} \bigg|_{\mathbf{r}_0} + \frac{\partial \mathbf{V}^m}{\partial \mathbf{r}} \bigg|_{\mathbf{r}_0} \right) \mathbf{r}_i \end{aligned} \quad (4.7.15)$$

这就是容差情况下的诊断方程。由该方程可见, $\Delta \mathbf{V}^m$ 中不仅有因故障产生的偏差 $\mathbf{Z}_{mb} \Delta \mathbf{l}^b$ 。还含有因容差产生的偏差, 后者即为式 (4.7.15) 中的第二项。由于我们假定容差较小, 因此 $\Delta \mathbf{V}^m$ 与容差之间是近似线性关系的。

一般地, 元件的容差可看作是均值为零的正态随机变量。令 $\Delta \mathbf{V}^m = \mathbf{y}$, $\Delta \mathbf{l}^b = \mathbf{W}$, $\mathbf{r}_i = \boldsymbol{\eta}$ 。将式 (4.7.15) 写为

$$\mathbf{y} = \mathbf{C}\mathbf{W} + \mathbf{F}(\mathbf{W})\boldsymbol{\eta} \quad (4.7.16)$$

上式中

$$\mathbf{C} = \mathbf{Z}_{mb}(\mathbf{r}_0)$$

$$F(W) = \frac{\partial V^m}{\partial r} \Big|_{r_0} + \sum_{i=1}^{n_b} \frac{\partial Z_{mbi}}{\partial r} \Big|_{r_0} \cdot \Delta I_i$$

由于 C 、 F 均是已知的， η 是随机变量，现在要从测试所得的 y 来决定非零的 W 。可以把这个问题看作为一个估计问题。因式(4.7.16)中的第二项是 W 的函数，因此这是非线性估计问题。仍然假定电路中的故障元件个数 $k \leq m$ ，即 W 只含 k 个非零元，对于某一 k 故障组合，我们来讨论它的最小二乘估计。

由于 $F(W)\eta$ 的各分量的方差不相同，因此在式(4.7.16)两端乘上权矩阵 $P(W)$ 得

$$P(W)y = P(W)CW + P(W)F(W)\eta$$

$P(W)$ 使上式右侧第二项的方差矩阵为单位阵，即

$$P(W)F(W)\text{var}(\eta)F^T(W)P^T(W) = 1 \quad (4.7.17)$$

令 $F(W)\eta$ 的方差矩阵为

$$V^{-1}(W) = F(W)\text{var}(\eta)F^T(W) \quad (4.7.18)$$

则 $P^T(W)P(W) = V(W)$

于是， W 的最小二乘估计，即最小残量便为

$$\begin{aligned} \min S &= \min [P(W)y - P(W)CW]^T \\ &\quad [P(W)y - P(W)CW] \\ &= \min (y - CW)^T V(W) (y - CW) \end{aligned} \quad (4.7.19)$$

忽略 $\|\eta\|$ 的二阶项，则不难求得式(4.7.19)的解为

$$\hat{W} = [C^T V(W) C]^{-1} \cdot C^T V(W) y \quad (4.7.20)$$

这就是 W 的最小二乘估计。而且可以证明，这个估计在 W 的很大一个非线性估计类中是无偏的且是最优的。其数学期望 E 为

$$E(\hat{W}) = W$$

$$E[(\hat{W} - W)^T(\hat{W} - W)] \leq E[(\bar{W} - W)^T(\bar{W} - W)] \quad (4.7.21)$$

$\bar{W}$ 是由下式给出的一个非线性估计类, 即

$$\bar{W} = L(\bar{W})y \quad (4.7.22)$$

其中的矩阵 L 满足

$$\begin{aligned} \bar{W} &= L(W)y + o(\|\eta\|^2) \\ L(W)CW &= W \quad (\text{对所有 } W) \end{aligned} \quad (4.7.23)$$

可以证明, 所有的线性无偏估计均属这个估计类。因此, 由式 (4.7.20) 给出的最小二乘估计至少要优于所有的线性无偏估计。由式 (4.7.20) 直接求 W 是很困难的, 因为其中的 $V(W)$ 是 W 的函数。与非线性方程的解法类似, 这里我们也采用迭代法。令

$$W_0 = (C^T C)^{-1} C^T y \quad (4.7.24)$$

迭代方式为

$$W_{k+1} = [C^T V(W_k) C]^{-1} C^T V(W_k) y \quad (4.7.25)$$

可以证明, 这个迭代程序是收敛的, 并且实际上往往有比较快的收敛速度。

获得了 W 的最小二乘估计后, 再由式 (4.7.18) 求得 $V(W)$, 即可求出对应的残量为

$$S = (y - CW)^T V(W) (y - CW) \quad (4.7.26)$$

在所有的 k 故障组合中, 使残量最小的组合, 即使

$$S_{i_0} = \min\{S_i\} \quad i = 1, 2, \dots, C_n^r \quad (4.7.27)$$

的 i_0 就是故障元件所在。

当容差不太大时, 用这个方法尚可能较准确地确定故障元件, 可是当容差较大时, 验证法根本无能为力了。

习 题

4.1 设图 4.1.1 所示电路中各元件标称值均为 1。若在 $s_1 = j1$ 、 $s_2 = j2$ 、 $s_3 = j3$ 及 $s_4 = j4$ 时, 分别测得 $H(s_1) = j4(j5.5 + 1)$ 、 $H(s_2) = j8(j11 - 8)$ 、 $H(s_3) = j12/(j16.5 - 23)$ 、 $H(s_4) = j16(j22 - 44)$, 试再诊断。并问此时能否诊断? 试说明其理由。

4.2 设在图 4.2.3 中, 当 $I_1^m = 1$ 及 $I_3^m = 0$ 时, 测得 $\Delta V_1^m = -17/72$, $\Delta V_3^m = -5/72$ 试用节点故障诊断法进行诊断。问能否诊断, 若能诊断, 请找出故障。

4.3 若上题中当 $I_3^m = 1$ 及 $I_1^m = 0$ 时, 测得 $\Delta V_3^m = 7/72$, $\Delta V_1^m = -5/72$ 。试问能否诊断, 若能诊断, 请找出故障。

4.4 在上题中, 当 $I_1^m = 1$ 、 $I_3^m = 0$ 及 当 $I_1^m = 0$ 、 $I_3^m = 1$ 时又在节点 2 上测得 ΔV_2^m 均为 $-6/72$ 。试问能否诊断, 若能诊断, 请找出故障。

4.5 试用支路故障诊断法再解习题 4.2。

4.6 试用支路故障诊断法再解习题 4.3。

4.7 试用支路故障诊断法再解习题 4.4。

4.8 试用伴随网络法再解习题 4.3。

4.9 试用伴随网络法再解习题 4.4。

4.10 对图 4.4.2 所示的电路。当测试端为 3、4、5、6 四节点时, 试用拓扑判断规则确定哪些三元件故障集是不可诊断的。

4.11 对图 4.4.2 所示的电路, 当可及端数限定为 2 个时, 试问挑选哪两个节点作为可及端, 以获得最大的可诊断性。

4.12 习题 4.10 的电路中有哪些相关块, 各相关块中有那些互相关集。

4.13 在图4.4.2所示的电路中, 故障集 a 、 f 、 g 的单相关集有哪些, 试举十例并写明它们之间的关系。

4.14 试用故障划界诊断法对习题4.2进行诊断。

4.15 试用故障划界诊断法对习题4.3进行诊断。

4.16 试用网络分解法对习题 4.2 进行诊断。

4.17 试用网络分解法对习题4.3进行诊断。

4.18 试用网络分解法对习题4.4进行诊断。

4.19 设图 4.2.3 电路中各元件实际值与其标称值均有约 $\pm 1\%$ 的容差, 测试误差约为 $\pm 1\%$, 假定它们都属正态随机分布, 试列写其容差情况下的诊断方程。

第五章 逼近法

可测性条件较差的场合常用逼近法。其中一类是概率统计法^[82]，它属于测前拟似法，原理与字典法相似，但利用了统计数学上 Bayes 后验概率准则，即根据以往维护工作中总结所得的各元件的故障发生率（先验概率）的经验，再配合测试结果，从而确定各元件实际上发生故障的条件概率，其中最大的便是最可能的故障元件。

另一类是优化法，它属于测后拟似法。顾名思义，优化法是利用最小化原理，寻找最有可能的故障元件，这也是在网络的可测性条件不足，依靠端口测试已无法唯一地确定网络中的故障元件的情况下所采取的一种策略，其目的是寻找最有可能存在的故障元件。优化时通过不同目标函数的选择，可适用于不同的实际情况。

优化法通常可分为最小二乘方优化法及线性优化法二种。最小二乘方优化法就是利用加权的最小二乘方准则，通过求解一组线性方程以获得所有网络元件的变值。线性优化法是利用线性范数来辨识那些变值明显的元件，该元件便可认作为故障元件。这二种优化法都假定了所有非故障元件的实际值均在其容差范围之内。

§ 5.1 逆概率法^{[82]、[83]}

这是一种与故障字典法十分相似的诊断方法，它主要用

来确定单故障。在测试以前，对各种可能的故障预先就已作了统计分析。凭有限次数的测试结果以及预存的统计诊断数据对各个元件进行故障概率计算。由于所有的网络拟似早已在实测前完成，故本法属于测前拟似法。但是，相对于故障字典法来说，本法的在线运算十分浩繁。

由于元件 j 的实际值相距其标称值不免有偏离 Δr_j ，同时节点 i 上的测试也可能存在误差 δ_i ，因此有

$$V_i^m = V_i^0 + \sum_{j=1}^{n_r} \frac{\partial V_i^0}{\partial r_j} \Delta r_j + \delta_i \quad (5.1.1)$$

式中 V_i^0 及 V_i^m 分别指节点 i 上的标称电压及实测电压。 n_r 指参量总数。假定 Δr_j 及 δ_i 都是独立的正态随机变量，因此它们各自的平均值为零，根据统计理论，测得 V^m 值的概率为

$$P_r(V^m) = \frac{\exp\left\{-\frac{1}{2}(V^m - V^0)^T \Lambda^{-1}_{mm}(V^m - V^0)\right\}}{\sqrt{2\pi \cdot \det \Lambda_{mm}}} \quad (5.1.2)$$

式中 Λ_{mm} 是个矩阵，其行列式记作 $\det \Lambda_{mm}$ ，其各元 (i, j) 均为灵敏度二乘方之和，即

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^{n_r} \left(\frac{\partial V_i^0}{\partial r_k} \right) \left(\frac{\partial V_j^0}{\partial r_k} \right) \varepsilon_r^2 & \quad (i \neq j) \\ \xi_i^2 + \sum_{k=1}^{n_r} \left(\frac{\partial V_i^0}{\partial r_k} \right) \varepsilon_r^2 & \quad (i = j) \end{aligned} \quad (5.1.3)$$

上式中 ξ_i 及 ε_k 分别指 Δr_j 及 δ_k 的标准偏差。

由式(5.1.2)可知，网络中第 f 个元件有偏离 Δr_f 时，获得实测值 V^m 的条件概率为

$$P_r(\mathbf{V}^m | \Delta r_f) = - \frac{\exp \left\{ -\frac{1}{2} (\mathbf{V}^m - \mathbf{V}^f)^T (\mathbf{\Lambda}_{mm}^f)^{-1} (\mathbf{V}^m - \mathbf{V}^f) \right\}}{\sqrt{2\pi} \cdot \det \mathbf{\Lambda}_{mm}^f} \quad (5.1.4)$$

我们感兴趣的是每一元件出故障的概率，而并不一定要知道该故障元件的实际值。为此可由 Bayes 公式从积分 Δr_f 的所有可能值来求得该概率为

$$P_r(r_f | \mathbf{V}^m) = k \int P_r(\mathbf{V}^m | \Delta r_f) \cdot P_r(\Delta r_f) d\Delta r_f \quad (5.1.5)$$

式中规一化因子 k 可由将所有可能出故障的概率总和定为 1 而确定。上述概率中，最大值所对应的元件便是最有可能出故障的元件。

由于 $\mathbf{V}^f$ 及 $\mathbf{\Lambda}_{mm}^f$ 随参量 r_f 的变化而改变，因此用计算机来求解式 (5.1.4) 时需要有一个相应于不同 Δr_f 值的逆协方差 $(\mathbf{\Lambda}_{mm}^f)^{-1}$ 矩阵库及其相应的网络响应库。积分式 (5.1.5) 可用任何有效的积分方法来求解，例如用 Simpson 数值积分法来求解。显然，无穷大的 Δr_f 不在考虑之列，因此一些致命的故障一般仅作为极限情况来处理。

协方差矩阵的元素，可由 L 个无故障元件的实际值与其标称值的偏离按 Monte Carlo 法来拟似。对于第 f 个元件的变值 Δr_f ，可随机地产生 L 个电路，其余的电路元件值则限制在其容差界内。 L 个电路中的每一电路均需拟似，以计算其相应的响应 $\mathbf{V}_i^m$ ， $i = 1, 2, \dots, L$ 。由 Δr_f 表征的故障可由 $\mathbf{V}^m$ 根据统计规律求得。 $n_m \times n_m$ 协方差矩阵可由下式给出

$$\mathbf{\Lambda}_{mm}^f = \frac{1}{L-1} \sum_{i=1}^L (\mathbf{V}_i^m - \mathbf{V}^f)(\mathbf{V}_i^m - \mathbf{V}^f)^T \quad (5.1.6)$$

其中

$$\mathbf{V}^f \triangleq \frac{1}{L} \sum_{i=1}^L \mathbf{V}_i^m \quad (5.1.7)$$

如前所述, 本方法的测前准备是十分麻烦的, 因为需要存贮的大量数据都要逐一计算。如果每一网络参量在 n_x 点上离散化, 需要存贮数据的个数便是 $(n_m^2 + n_m + 2)n_x \times n_r$, 这对于大网络来说, 其数据计算的工作量是相当大的。

§ 5.2 最小二乘方优化法^{[84],[85]}

假设电路中不存在致命故障, 电路的失灵只是由于元件年久老化、温度漂移、参量逐渐变值且超逾容差等缓慢原因所造成的, 且可测性条件太差, 不足以辨别所有的网络元件, 此时可以应用本方法来探寻最有可能的故障元件顾名思义, 该方法是利用最小二乘方判别准则, 即 L_2 判别准则来寻求网络元件偏离其标称值的变值, 因此该方法又称为 L_2 优化法。

对于线性网络 (参见 §4.3), 测试所得值的改变可以认为是由于支路故障代偿电流源 $\Delta \mathbf{I}^{bf}$ 所造成的, 即

$$\Delta \mathbf{V}^m = \mathbf{Z}_{mb} \Delta \mathbf{I}^{bf} \quad (5.2.1)$$

对矢量 $\Delta \mathbf{I}^{bf}$ 来说, 上式仅是一个不定线性方程组。参照式 (4.2.8) $\Delta \mathbf{I}^{bf}$ 的每一元素可表示成

$$\begin{aligned} \Delta I_i^{bf} &= (V_i^b + \Delta V_i^b) \Delta y_i \\ &= (V_i^b + \Delta V_i^b) (j\omega)^{\alpha_i} \Delta r_i \end{aligned} \quad (5.2.2)$$

显然, $\Delta \mathbf{I}^{bf}$ 与网络元件的变值成正比。一般说来, 式 (5.2.1) 是一组复数方程, 可以改写为实数形式

$$\begin{bmatrix} \operatorname{Re}(\Delta V^m) \\ \operatorname{Im}(\Delta V^m) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \operatorname{Re}[Z_{mb}] & -\operatorname{Im}[Z_{mb}] \\ \operatorname{Im}[Z_{mb}] & \operatorname{Re}[Z_{mb}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \operatorname{Re} \Delta I^{bf} \\ \operatorname{Im} \Delta I^{bf} \end{bmatrix} \quad (5.2.3)$$

利用 L_2 判别准则, 可得最小化下列标量

$$\begin{aligned} & \sum_{i=1}^{n_b} W_{i1} [\operatorname{Re}(\Delta I_i^{bf})]^2 \\ & + W_{i2} [\operatorname{Im}(\Delta I_i^{bf})]^2 \end{aligned} \quad (5.2.4)$$

以获得 ΔI^{bf} 的一个估值。上式中 W_1 及 W_2 都是正值的权重函数。它们是这样挑选的: 当变量 Δr_i 很小时, 使式

(5.2.4) 逼近 $\sum_{i=1}^{n_b} \Delta r_i^2$, 以便使该式实施最小化后, 按符合正态随机分布情况假定下各个偏离的平方之和最小时, 即所有元件参数除满足约束条件式 (5.2.3) 外, 又与标称值偏离最小。这样的一组参数便认为是最可能的实际情况。为此, 通常可取

$$\begin{aligned} W_1 &= \frac{1}{2} [\operatorname{Re}(j\omega) \alpha_i V_i^b]^2 \\ W_2 &= \frac{1}{2} [\operatorname{Im}(j\omega) \alpha_i V_i^b]^2 \end{aligned} \quad (5.2.5)$$

至于线性 L_2 优化问题的解, 可直接由式 (5.2.3) 的广义逆来求得。

〔例〕 对于图 3.6.1 所示的梯形电路, 由于原标称值 $G_1 = G_2 = G_3 = G_4 = G_5 = 1$ 因此得 $V_1^0 = 0.625$, $V_2^0 = 0.25$, $V_3^0 = 0.125$ 。现设实际值为 $G_1 = 1.02$, $G_2 = 0.5$, $G_3 = 0.98$, $G_4 = 0.98$, $G_5 = 0.95$, 则在测试点 1、2、3 上测得的电压分别为 $V_1 = 0.718$, $V_2 = 0.283$, $V_3 = 0.093$ 。将这三个电压值作为已知的测试值, 尽管此时所有支路上的电压也已

获得, 但尚不足以辨识所有网络元件。为此, 可由下列不定线性方程组

$$\begin{bmatrix} 5 & 3 & 2 & 1 & 1 \\ 2 & -2 & 4 & 2 & 2 \\ 1 & -1 & 2 & -3 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta I_1^{bf} \\ \Delta I_2^{bf} \\ \vdots \\ \Delta I_5^{bf} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.718 - 0.625 \\ 0.183 - 0.25 \\ 0.093 - 0.125 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0.093 \\ -0.067 \\ -0.032 \end{bmatrix}$$

使目标函数 $\sum_{i=1}^5 (\Delta I_i^{bf}/V_i^b)^2$ 最小而求解。注意上式中等式右侧矢量即是节点电压偏离量。经优化后得方程的解为

$$\Delta I^{bf} = [-0.0049 \quad 0.2140 \quad -0.0217 \quad -0.0043 \quad -0.0014]^T$$

从而可得

$$\Delta G_1 = 0.0068, \Delta G_2 = -0.398$$

$$\Delta G_3 = 0.119, \Delta G_4 = 0.047, \Delta G_5 = 0.0148$$

它们都是相距标称值 1Ω 的导纳偏离值。

此例所得结果说明 L_2 优化法的效果不太令人满意, 其中 G_1 、 G_2 值有改进, 但 G_3 、 G_4 及 G_5 值变得更坏了。但是, 无论怎样, 最可能的故障 G_2 还是找到了。

§5.3 线性优化法^{[86]、[87]}

本方法适用于电路中只有很少几个元件是故障元件的情况。

利用式 (5.2.1) 的线性关系及线性范数的性质, 按式

(5.2.3) 的线性约束条件, 可定义线性优化问题为

$$\begin{aligned} \text{minimize } & \left\{ \sum_{i=1}^{n_b} W_{i1} [\operatorname{Re}(\Delta I_i^{bf})] \right. \\ & \left. + W_{i2} [\operatorname{Im}(\Delta I_i^{bf})] \right\} \end{aligned} \quad (5.3.1)$$

若对该组变量进行适当的变换, 上述线性优化问题式 (5.3.1) 便可方便地变换成常规的线性规划形式。因为本方法主要应用线性范数的性质, 因此也常称为 L_1 优化法。

当上述目标函数值最小时, 说明除符合式 (5.2.3) 的约束条件外, 只有极小数的参量值不为零。这与只有少数几个元件是真实故障元件的假定是一致的。

作为线性规划问题, ΔI^{bf} 不难求得: 用 ΔI^{bf} 来拟似该网络以寻求 ΔV^b , 则每一网络参量的变值便可由式 (5.2.2) 求得。用各个元件的容差来衡量该元件的变值, 就可分离出最有可能的故障元件。

〔例〕 在 §5.2 节的 L_2 优化法中曾以图 3.6.1 电路为例, 在相同的不定线性方程组的约束条件下, 使

$$\sum_{i=1}^5 |\Delta I_i^{bf}|$$

最小并把它视作线性规划问题处理以求解 ΔI_i^{bf} 时, 可解得元件变值为 $\Delta G_1 = 0.0$, $\Delta G_2 = -0.473$, $\Delta G_3 = 0.0331$, $\Delta G_4 = 0.03$, $\Delta G_5 = 0.0$ 。与 §5.2 节的 L_2 优化法相比, 用 L_1 优化法获得了较好的结果。

现在我们用 Δr 来代替 ΔI^{bf} 作为误差参量进行分析。将式 (5.2.1) 改写成为

$$\Delta V^m = Z_{mb} \Omega_b (V^b + \Delta V^b) \Delta r \quad (5.3.2)$$

式中

$$\Omega_b = \operatorname{diag}\{(j\omega)^{\alpha_1}, (j\omega)^{\alpha_2}, \dots, (j\omega)^{\alpha_{n_b}}\} \quad (5.3.3)$$

为了使式 (5.3.2) 保持线性, 可暂时给定 ΔV^b 的初始值。这是对式 (5.3.2) 的一种线性化。事实上, 迭代过程中 ΔV^b 会不断更新, 并可同时计算得 Δr 。

在有故障的网络上施加 q 个不同激励后, 考虑下列优化问题:

$$\min_{\Delta r} \sum_{i=1}^{n_r} |\Delta r_i / r_i| \quad (5.3.4)$$

同时满足

$$\begin{bmatrix} \Delta V_1^m \\ \Delta V_2^m \\ \vdots \\ \Delta V_q^m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{mb1} \Omega_{b1} (V^b + \Delta V^b)_1 \\ Z_{mb2} \Omega_{b2} (V^b + \Delta V^b)_2 \\ \vdots \\ Z_{mbq} \Omega_{bq} (V^b + \Delta V^b)_q \end{bmatrix} \Delta r \quad (5.3.5)$$

所得解便是 Δr 。它再与输入网络的激励会同一起, 在迭代过程中不断改变 $(V^b + \Delta V^b)$ 及 Z_{mb} , 直至收敛为止。

按线性范数来辨识那些明显变值的少数元件以确定故障元件的优化方法, 还有用下列目标判别式的:

$$\left(\sum_{i=1}^{n_r} \sqrt{|\Delta r_i| + C_1} \right) + C_2 \|\Delta V^m - Z_{mb} \Delta I^{bf}\| \quad (5.3.6)$$

上式中的第一项用来惩罚非零元件值, 即用来突出少数故障元件的明显变值; 第二项意味着该结果应尽量满足约束条件式 (5.2.1), 而 C_1 及 C_2 为常数, C_1 用来消除上式中当 Δr_i 接近零时的残留问题。由于本方法目标判别式中既存在方根又存在着 $Z_{mb} \cdot \Delta I^{bf}$ 的乘积, 尽管还是用 L_1 范数来辨识, 但毕竟与式 (5.3.1) 不同, 有人称此方法为二次方优化法或二次方规划法 (quadratic programming), 更详尽的论述

可参阅文献[87]。

习 题

5.1 用逼近法进行故障定位时,采用哪种方法较合适,试说明其理由。

5.2 用逼近法来预估系统因年长月久而衰老时,一般宜用哪种方法,试说明其理由。

5.3 试用式(5.3.6)的目标判别式来处理图 3.6.1 中存在的故障情况,其中 C_1 及 C_2 自定。

5.4 试举出逆概率法最适用的一些场合。

第六章 模拟电路故障诊断的现状和发展趋势

§6.1 各种诊断方法的比较^[3]、^[88]

实际应用模拟电路的各种故障诊断方法时，总需要有一些重要的技术指标来比较它们的优缺点及适用场合，诸如：在线计算要求、离线计算要求、测试点（可及点）、顽健性、故障类型、网络类型、诊断分辨率及测试是否方便等等。下面我们对这些指标逐个进行论述，以便比较各种诊断方法。

一、在线计算要求：显然，一个故障诊断方法所需的在线计算量应尽可能小，这意味着测后拟似既快，所需计算又很简单。在线计算要求确是个十分重要的应用指标，因为它与诊断的速度和费用直接有关。

故障字典法通常所用的判别准则比较简便，例如使用最小距离规则等，诊断结果十分明显，计算操作又非常简单。当待诊断网络的规模较大时，字典势必相应较厚，测试时间可能较长，但若在编写及查阅字典时采用分卷的概念，字典法仍然具有最低的在线计算要求，故应用较多。

对于元件参数解法，由于它通常包含了非线性方程的求解，显见比较复杂费时，因此在在线计算要求这一点上，实际应用时应慎重考虑。故障验证法中，在线计算要求只需处理线性方程，求解比较方便，一般微机已可胜任。因此，该

方法对自动测试设备的要求比较简单，此点，非常有利。各种逼近法对在线计算的要求各异。一般来说，逼近法对在线计算的要求较高，其中尤以二次方规划法要求最高。

二、离线计算要求：此一指标是指具体测试以前所需的计算量。离线计算的目的在于尽可能减少在线计算。因此，离线计算要求的重要性次于在线计算。

在故障字典法中，首要步骤是建立字典，需要进行大量拟似计算，因此其离线计算量之大可想而知。可以从三个方面来缩减离线计算量：一是字典的分卷处理，这相当于把待测电路分解；二是应用有效的测前拟似算法，如 Householder 公式及互辅主元措施等；三是所用故障模型应尽可能与相应故障情况配合，以免在测前拟似时出现病态问题。

对于元件参数解法，其测前拟似仅用来验证测试信号及所选测试节点能否获得良好的可测性。相对于它的在线计算要求来说，元件参数解法的离线计算要求是微不足道的。

在故障验证法中，测前计算主要是为了获得标称网络的必要信息，包括了解故障集的相关性及计算待测线性网络的传输导纳矩阵等，计算量不是很大。

各种逼近法的离线计算量各异，相对于它们的在线计算要求来说，其离线计算是较少的，但总的说来，各种逼近法对离线计算的要求还是较高。

三、可及节点：在实际测试场合，人们总感到可及节点不够用，总是嫌可及节点太少了。因此从可诊断性的角度来看，必要的测试节点愈少愈好。一些研究者认为，若满足线路的可诊断性，可及节点数目的约在 $\sqrt{n_r}$ 左右，但实际上在模拟集成电路中，欲获得此数目也是不太可能的。

一般说来，测试节点愈多，诊断效果及诊断速度将愈

佳。然而有些方法，特别是故障字典法，由于它通常只测试硬故障，因此只需要很少的测试节点，甚至仅凭输入输出测试就足以编纂字典了。

元件参数解法需要较多的测试节点，方能满足网络中所有元件参量的可诊断性。在故障验证法中，这个要求就比较松缓，一般测试节点数大于故障元件数就可以了。但在实际中，通常存在着测试节点数目、测试时间及可诊断性三者之间的相互协调。例如在网络分解法中，当测试节点较少时，网络就不易分解，或分解得不多不细，因此在故障子网络中，故障元件的定位及定值就较难且费时。

正是因为在实际场合测试节点数受到限制，所以人们提出了逼近法。但是逼近法的诊断效果一般不尽人意。只有当节点可及性提高时，诊断效果才可能有所改善。

四、顽健性：模拟电路不同于数字电路，模拟电路中元件参量值是连续的，因此其实际值总不免与其标称值有所偏离。即使是非故障元件，其实际值与标称值之间也未必严格相等，仍不免有偏离，只是这些偏离不大，处在容差范围以内而已。但是即使容差范围以内的偏离也对诊断有较大影响。若这些偏离对诊断所起的作用较小，则这一诊断方法便具有较高的顽健性。由于模拟电路中元件的容差总是绝对存在的，因此对于模拟电路来说，必须研究故障诊断的各种方法的顽健性。

元件参数解法的顽健性显然最好。因为在该方法中，求解的未知量便是待诊断网络中所有元件的实际值，求解过程又不牵涉到标称值。但是该方法需要较多的测试节点和较大的在线计算量，实施往往比较麻烦。

在故障字典法中，容差的存在使可诊断性明显降低。因

为建立字典时，所有拟似是在元件标称值的基础上进行的。顽健性不高是字典法的一大弱点，这尤其表现在增加字典中故障征兆的内容时，虽然按理论能使故障的分辨度有所改善，但实际上改善不大。而另一方面，容差略有增加，却可使可诊断性大大降低。

故障的预猜验证法是从非故障元件的实际值即为其标称值这一假定出发的。显而易见，实际应用该方法时，容差问题便是首要难题，十分棘手。对此问题，国内外已提出不少弥补办法，可是大都事倍功半。容差的存在，使预猜验证法中的故障定位变得十分困难。因此如同通信中要求高的信噪比那样，许多故障定位算法的性能取决于故障—容差比。

至于容差在逼近法中的影响，我们作一简单分析：由于最小二乘方优化法中假定所有元件均偏离其标称值不大，因此若有个别元件具有大偏离（实际上已成为故障），结果就极不可靠。相反地，线性优化法假定了只有少数元件具有较大偏离，因此若其余元件的偏离（容差）增大，将影响该法的可靠性。逆概率法是根据从已混杂的信号中提取原有信号的思路建立的，因此只有在非故障元件的合理偏离场合下，该方法才能较好应用。

综上所述，在待诊断电路存在较大容差场合，特别如模拟集成电路的故障诊断场合，若有可能应用元件参数解法，那是最好不过了。

五、故障类型：理想的诊断算法既能诊断单故障又能诊断多故障，不论这些故障是硬故障还是软故障。

大多数字典法仅适用于单故障诊断，而且主要是硬故障。硬故障通常总是致命的故障。据统计，这些硬故障约占实际故障总数的 70%，再加上被诊断设备中专有的某些故

障，字典法的故障覆盖率一般可达85%。

元件参数解法能处理任何类型的故障，不过遇到硬故障时，往往会出现数值求解的病态现象以及难于收敛的复杂情况。

故障验证法对单故障一般比较有效，而且也有可能解决多故障问题。

除最小二乘方优化法外，其他逼近法均假定故障元件是个别的，在逆概率法中甚至只允许单故障出现。

六、网络类型：从原理上讲，网络可以有多种类型：线性的和非线性的，含受控源的和不含受控源的等等。我们希望一种模拟电路故障诊断方法最好能处理所有类型的模拟电路。

应用字典法来诊断非线性网络时，可在直流域或时域中进行，其优点表现为在线计算要求和诊断线性网络时一样简单。至于其它诊断方法，不论是元件参数解法还是预猜验证法，都可诊断非线性网络。不过，处理非线性网络时所需的在线计算要求较高。当然，它们中的频域法不适于非线性模拟电路的故障诊断。

也有个别诊断方法只能用于线性网络，详情可参阅本节末“各种诊断方法的比较表”。

七、诊断分辨率：诊断故障时，定位到元件一级可能不切合实际，这是因为一方面定位到元件一级可能有困难，另一方面有时又是不必要的。这时，基于模块的算法就往往优于基于元件的算法，这在集成电路的故障诊断中表现的尤为突出。

大多数字典法能获得很高的诊断分辨率，但在具体应用过程中也常遇到多种故障状态难以区分的情况，例如图2.2.1

所示的电路，当用稀疏矩阵法诊断时，其中的 R_1 与 R_2 及 C_2 与 C_3 就难以区分。

元件参数解法和逼近法虽然都能分辨到元件一级，但它们也可用于以模块为单元的电路，以免诊断方程的规模过大。这样逐级缩小识别规模，反而有利于节约测试时间。

利用网络分解法，可先分辨到子网络，待识别完故障子网络后，再从故障子网络识别故障元件。因此，应用故障验证法可达到分级诊断的效果〔78〕、〔79〕。

八、测试方便性：包括输入激励信号的允许改换及便于取得、测试手续的简单可靠、测试装备的成本规模等等。一般说来，字典法和元件参数解法对输入信号的要求较严，故障验证法和逼近法可使用通常的输入信号，因此在输入信号这一方面，前两法的测试方便性较逊于后两法。

综上所述，我们可以列出“各种诊断方法的比较表”如下：

各种诊断方法的比较表

各种诊断方法 比较表	在线 计算	离线 计算	测试 节点	顽 健性	故障 类型	网络类型	诊 断 分 辨 度	测 试 方 便 性
故障字典法	少	多	中等	弱	单	线/非线性	元件	弱
元件参数解法(非线性)	多	少	中等	强	多	线/非线性	元件	弱
元件参数解法(线性)	少	中等	很多	强	多	大都线性	元件	弱
故障验证法	中等	少	少	弱	多	线/非线性	元件	强
故障界法	少	少	少	弱	多	线/非线性	元件	强
网络分解法	少	少	少	弱	多	线/非线性	子网络	强
逆概率法	中等	多	少	弱	单	线性	元件	强
L_2 优化法	少	中等	少	中等	多	线/非线性	元件	强
L_1 优化法	少	少	少	中等	单	线/非线性	元件	强
总 目 标	少	中等	少	强	多	线/非线性	元件/模块	强

§6.2 可测性量度及可测性判据^{[90]~[94][100]}

为了衡量模拟电路故障诊断中某一组测试的有效性，有必要建立可测性量度。可测性量度有多种多样，它们大都是基于灵敏度矩阵、图论及电路等理论。

怎样定义可测性量度？我们以前已经讨论了故障的识别和分辨，至于在考虑到元件的容差及测试误差的实际情况下，近几年的研究结果认为可以用 $\det \Lambda_{mm}$ 的极大化作为可测性量度。矩阵 Λ_{mm} 的各元在 §5.1 节中已经介绍过，可参见式 (5.1.3)。通过这个量度就可选取某组最佳测试，以减少参量定值的不确定性。

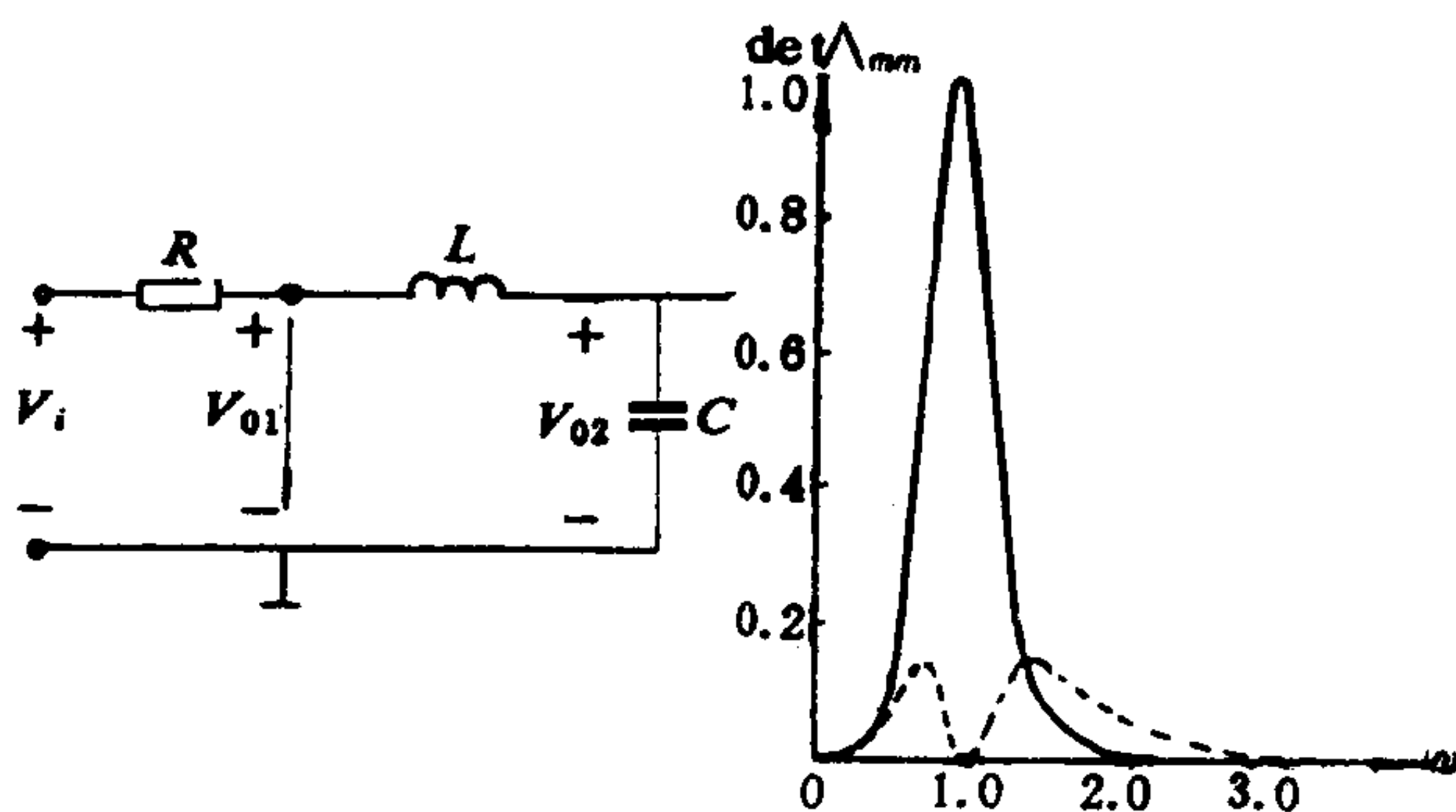


图 6.2.1

例如在图 6.2.1 所示的 RLC 串联电路中，可由 $\det \Lambda_{mm}$ 值与频率 ω 的关系来选取测试频率，以提高测试的有效性。当选用图中 V_{01} 作输出时，因

$$\left| \frac{V_{01}}{V_i} \right| = \frac{1 - \omega^2 LC}{[(1 - \omega^2 LC)^2 + (\omega CR)^2]^{1/2}}$$

若假定电路中仅有 R 可能存在故障，则这时的 Λ_{mm} 是个标量，即

$$\xi_1^2 + \frac{[(\omega C)^2(1 - \omega^2 LC)R]^2}{[(1 - \omega^2 LC)^2 + (\omega CR)^2]^3} \varepsilon_R^2$$

式中 ε_R^2 是元件 R 的方差。当 $R = L = C = 1.0$ 时， $\det \Lambda_{mm}$ 与频率的关系曲线如图中虚线所示。由此可见，若用 V_{01} 作为输出，则激励频率应避免使用 $\omega = 0$ 、 $\omega = 1.0$ 及 $\omega \gg 1.0$ 。若用 V_{02} 作为输出，则因 $\left| \frac{V_{02}}{V_i} \right| = \frac{1}{[(1 - \omega^2 LC)^2 + (\omega CR)^2]^{1/2}}$

故得

$$\Lambda_{mm} = \xi_1^2 + \frac{(\omega^2 C^2 R)^2}{[(1 - \omega^2 LC)^2 + (\omega CR)^2]^3} \varepsilon_R^2$$

因此激励频率宜用 $\omega = 1.0$ 附近，以便能给出较多测试信息，如图 6.2.1 中实线所示。上二式中 ξ_i^2 指各元件标准偏差。

至于可测性判据，在元件参数解法 §3.1 中已提到：当且仅当网络中每一元件参数值可唯一地被网络外特性决定时，该网络才是元件参数可解的。同时仅当元件参数可解时，该网络才是可诊断的。因此推论得网络的诊断方程 $F(x)$ 的导数，即 Jacobi 矩阵 J_F 满秩时，网络才是可诊断的。当有足够多的测试点时，所得的诊断方程个数可能多于未知量个数，但客观上由于元件参数与测试情况独立无关，因此 J_F 的行秩事实上不能大于未知量个数，而只能是 Jacobi 矩阵的列数。这样，若 J_F 列满秩，则 $F(x)$ 有唯一解，而且由于 $F(x)$ 一般是非线性的，因此该唯一解是局部唯一解。综上所述， J_F 的是否列满秩可作为其可测性判据。用另一种形式表示，便是 $J_F^T J_F$ 的非奇异性或

$$\det[\mathbf{J}_F^T \mathbf{J}_F] \neq 0 \quad (6.2.1)$$

对于故障预猜验证法, 故障代偿电流源 ΔI^{nf} 及 ΔI^{bf} 有唯一解时不仅要求相应的 $\mathbf{Z}_{mf}$ 矩阵列满秩, 而且要求 $\mathbf{Z}_{mf}$ 的行秩不小于列秩。正是因为元件参数与测试情况独立无关, 实际上行秩大于列秩的情况是不存在的。但是无论怎样, 列满秩及行秩不小于列数的式 (4.4.1) 及 (4.4.2) 表征了元件可诊断性的必要条件。根据这个条件, 通过图论得出了直流测试情况下的拓扑判据。因此, $m \geq k$ 及 $\mathbf{Z}_{mf}$ 的秩之是否等于故障碍元件数便可认为是其可测性判据。

随着大规模集成电路集成度的不断提高, 电路的复杂性也相应增加。因为电路的开发、设计及测试紧密相联, 因此可测性的研究是节约资金、提高电路质量和性能的关键。

§6.3 模拟-数字混合电路的故障诊断

——模拟电路故障诊断的一种延拓

由于各种专用电路的功能要求愈来愈高, 其结构也变得愈来愈复杂。设计者因此设计出各种模拟-数字混合电路, 以应需要。近年来, 模数混合专用电路的发展十分迅速, 相应的诊断方法的开发因此显得十分紧迫, 但正由于电路是模-数混合的, 因此诊断其故障亦更加困难。

对于这些模-数混合电路的故障, 固然可用字典法, 主要是直流域和时域的字典法来诊断, 但字典法一般只能处理单故障和硬故障, 较难处理多故障和软故障。正因为待诊断电路是模-数混合的, 故不能直接搬用模拟电路的各种诊断

故障的方法，更不能套用数字电路中应用的各种故障诊断方法。为此我们介绍一种用基于故障预猜验证的故障划界法 (§4.5) 来处理数字部分，用具有辅助未知参量的元件参数解法 (§3.4) (具体用 CCM 解法) 来求解多、软故障参数值的诊断方法。该诊断方法首先利用输入和输出的测试结果及电路的标称模型逐步确定故障组件。这便是将写得的诊断方程逐次划分为‘受测’及‘主测’两部分，每次划分时假定主测部分是无故障的。如若主测部分的所有元件确实都是无故障的，则可以认为该测试结果是可信的；反之，若主测部分有一个元件是有故障的，则可认为该测试结果是不可信的。对种种划分进行了一系列计算及测试，对所得大量测试结果进行分析，再利用布尔判定算法便可确定其中的故障元件^[76]。下面进行详细介绍。

考虑到数字器件一般具有高的输入阻抗和低的输出阻抗，同时其1, 0状态渡越时间远小于电路中其它时间常数，因此这里分析时其输入阻抗视为无限高，输出阻抗及渡越时间忽略不计，以求简便。

一、模-数混合电路的故障诊断方程

由于每一器件 (i) 的状态可表示为

$$\begin{aligned} \dot{x}_i &= f_i(x_i, a_i, r_i) \\ b_i &= g_i(x_i, a_i, r_i) \end{aligned} \quad (6.3.1)$$

$$i = 1, 2, \dots, N$$

式中 x_i 为器件状态矢量， a_i 为器件输入矢量， b_i 为器件输出矢量，而 r_i 为该 (i) 器件的标称参量矢量， N 为器件总数。为表述简便，所有器件可表示为

$$\left. \begin{aligned} \dot{x} &= f(x, a, r) \\ b &= g(x, a, r) \end{aligned} \right\} \quad (6.3.2)$$

这里 $f = \text{col}(f_i)$, $g = \text{col}(g_i)$, $x = \text{col}(x_i)$ 。

电路的拓扑可用下述线性代数组件连接模型 (CCM) 方程表示

$$\left. \begin{aligned} a &= L_{11}b + L_{12}u \\ y &= L_{21}b + L_{22}u \end{aligned} \right\} \quad (6.3.3)$$

式中 y 为电路的测试输出端口值, u 为测试输入端口值。将诊断方程划分为假定无故障的器件主测部分 (简称为 I 组) 及受测部分 (简称为 II 组) 两部分后, 可得方程

$$\left[\begin{array}{c} \dot{x}^I - f^I(x^I, a^I, r^I) \\ \dot{x}^{II} - f^{II}(x^{II}, a^{II}, r^{II}) \\ b^I - g^I(x^I, a^I, r^I) \\ b^{II} - g^{II}(x^{II}, a^{II}, r^{II}) \end{array} \right] = \left[\begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{array} \right]$$

$$\left[\begin{array}{cccc} -1 & L_{11}^{II} & 0 & L_{11}^{II} \\ 0 & L_{11}^{II} & -1 & L_{11}^{II} \\ 0 & L_{21}^I & 0 & L_{21}^{II} \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} a^I \\ b^I \\ a^{II} \\ b^{II} \end{array} \right] = \left[\begin{array}{c} -L_{12}^I u \\ -L_{12}^{II} u \\ y^m - L_{22} u \end{array} \right] \quad (6.3.4)$$

因此 I 组包含的便是那些假定工作在标称特性下的器件, 而 II 组包含的便是那些 I 组以外的受测器件, 在上式中。若删去 II 组的器件, 即删去 2、4 两行, 使得该次划分的故障诊断初始方程组, 其中 r^I 即为标称值。我们需要从初始方程组求解 $a^{II}(t)$ 及 $b^{II}(t)$, 时间区间为 (t_0, t_1) 。同时也需计算有关的 x^I 及 $(a^I(t), b^I(t))$, 因它们之间是互相关联的。

由于模-数混合电路中存在着数字器件, 而数字器件的特

性是不连续的，因此该诊断方程的 Jacobi 导数并不处处存在，这样用标准的 $N-R$ 法无法求解该方程。为了克服此困难，将 I 组器件再分割为模拟和数字两集， I_a 代表模拟器件， I_d 代表数字器件，而把数字器件的状态 $g^{Id}(a^{Id}, r^{Id})$ 作为方程的输入，于是得

$$\begin{aligned}
 & \begin{bmatrix} x^{Ia} - f^{Ia}(x^{Ia}, a^{Ia}, r^{Ia}) \\ b^{Ia} - g^{Ia}(x^{Ia}, a^{Ia}, r^{Ia}) \\ \begin{bmatrix} -1 & L_{11}^I & 0 & L_{11}^{II} \\ 0 & L_{11}^{II} & -1 & L_{21}^{II} \\ 0 & L_{21}^I & 0 & L_{21}^{II} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a^I \\ b^I \\ a^{II} \\ b^{II} \end{bmatrix} \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ g^{Id}(a^{Id}, r^{Id}) \\ -L_{12}^I u \\ -L_{12}^{II} u \\ y^m - L_{22} u \end{bmatrix} \quad (6.3.5)
 \end{aligned}$$

显然，式 (6.3.5) 中 $g^{Id}(a^{Id}, r^{Id})$ 在每一时步求解前应有具体值，因此 a^{Id} 应改变至某一估值或预猜值。根据预估状态 $\hat{g}^{Id} = g^{Id}(\hat{a}^{Id}, r^{Id})$ ，用线性内插法可得估值 $\hat{a}^{Id}$ 为

$$\begin{aligned}\hat{\mathbf{a}}^{Id} &= \left(\frac{\mathbf{a}^{Id}_{t_{k-1}} - \mathbf{a}^{Id}_{t_{k-2}}}{t_{k-1} - t_{k-2}} \right) (t_k - t_{k-1}) + \mathbf{a}^{Id}_{t_{k-1}} \\ &= 2\mathbf{a}^{Id}_{t_{k-1}} - \mathbf{a}^{Id}_{t_{k-2}}\end{aligned}\quad (6.3.6)$$

这是因为均匀时步 $\Delta t = t_k - t_{k-1} = t_{k-1} - t_{k-2}$ 。

这一假定是否正确，需每次解得式 (6.3.5) 后才能得验证。为了证实该假定的正确性，计算 $\mathbf{g}^{Id}(\mathbf{a}^{Id}, \mathbf{r}^{Id})$ ，其中 $\mathbf{a}^{Id}$ 取其计算值， $\mathbf{r}^{Id}$ 取其标称参数值。如果 $\mathbf{g}^{Id}(\mathbf{a}^{Id}, \mathbf{r}^{Id}) \approx \hat{\mathbf{g}}^{Id}$ ，则该假定是正确的，因此在下一时步可继续此算法；否则改变每一数字器件的状态假定，以符合计算值并重复此迭代。记住上述预估步骤，模-数故障诊断方程式 (6.3.5) 中的 $\mathbf{g}^{Id}$ 便能用预估状态 $\hat{\mathbf{g}}^{Id}$ 替代。

由式 (6.3.5) 求解 $\mathbf{x}^I$ 、 $\mathbf{a}^I$ 、 $\mathbf{b}^I$ 、 $\mathbf{a}^{\Pi}$ 及 $\mathbf{b}^{\Pi}$ 在时间区间 $[t_0, t_1]$ 上的各值，需要对状态变量的导数作 n 阶离散近似，即

$$\dot{\mathbf{x}}_i(t_k) \approx \sum_{l=0}^n d_l \mathbf{x}_i(t_{k-l}) \quad (6.3.7)$$

又因 $\mathbf{b}^{I'} = \hat{\mathbf{g}}^{I'}$ ，因此无需求解 $\mathbf{b}^{Id}$ ，故可删去 I 组中的数字组件方程，并把 $\mathbf{b}^{Id} = \hat{\mathbf{g}}^{Id}$ 作为输入，因其值已被 I 组中数字组件的假定所预定，故诊断方程可简化为

$$\begin{aligned}
& \begin{bmatrix} d_0 x^{Ia}(t_k) - f^{Ia}(x^{Ia}, a^{Ia}, r^{Ia}) \\ b^{Ia} - g^{Ia}(x^{Ia}, a^{Ia}, r^{Ia}) \\ \begin{bmatrix} -1 & 0 & L_{11}^{I Ia a} & 0 & L_{11}^{I II a} \\ 0 & -1 & L_{11}^{I II a d} & 0 & L_{11}^{I II d} \\ 0 & 0 & L_{11}^{II Ia} & 0 & L_{11}^{II II} \\ 0 & 0 & L_{21}^{I a} & 0 & L_{21}^{II} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a^{Ia} \\ a^{Id} \\ b^{Ia} \\ a^{II} \\ b^{II} \end{bmatrix} \end{bmatrix} \\
& - \begin{bmatrix} -\sum_{i=1}^n d_i x^{Ia}(t_{k-i}) \\ 0 \\ -L_{12}^{I a} u - L_{11}^{I Id a} \hat{g}^{Id} \\ -L_{12}^{I d} u - L_{11}^{I Id d} \hat{g}^{Id} \\ -L_{12}^{II} u - L_{11}^{II Id} \hat{g}^{Id} \\ y^m - L_{22} u - L_{21}^{Id} \hat{g}^{Id} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (6.3.8)
\end{aligned}$$

仔细观察上式可以看到由于数字组件的存在而出现的另一问题：若输出测试 y^m 直接测量了 I 组的数字组件输出，则 $y_i^m = b_j^{Id}$ ，那么 L_{21}^{Ia} 及 L_{21}^{II} 中相应的各元均为零。这意味着 I 组中数字组件的输出已由输出测量规定。为了适应这一可能性，利用测得的输出作为数字组件的假定值，即 $y_i^m = \hat{g}_j^{Id} = b_j^{Id}$ ，并删去故障诊断方程中相应的输出方程。

令 $\bar{y}^m$ 代表输出少于直接地测量 I 组中数字组件的输出，又令

$y_{\text{直}}^m = b_{\text{直}}^{Id}$ 代表直接地测量 I 组中数字组件的输出, 方程便为

$$b^{Id} = \hat{g}^{Id}$$

$$y_{\text{直}}^m = b_{\text{直}}^{Id} \quad (6.3.9a)$$

$$\begin{bmatrix} d_0 x^{Ia}(t_k) - f^{Ia}(x^{Ia}, a^{Ia}, r^{Ia}) \\ b^{Ia} - g^{Ia}(x^{Ia}, a^{Ia}, r^{Ia}) \\ \begin{bmatrix} -1 & 0 & L_{11}^{IIaa} & 0 & L_{11}^{IIa} \\ 0 & -1 & L_{11}^{IIad} & 0 & L_{11}^{II d} \\ 0 & 0 & L_{11}^{IIa} & -1 & L_{11}^{II} \\ 0 & 0 & L_{21}^{Ia} & 0 & L_{21}^{II} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a^{Ia} \\ a^{Id} \\ b^{Ia} \\ a^{II} \\ b^{II} \end{bmatrix} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -\sum_{l=1}^n d_l x^{IIa}(t_{k-l}) \\ 0 \\ -L_{12}^{Ia} u - L_{11}^{II da} \hat{g}^{Id} \\ -L_{12}^{Id} u - L_{11}^{II dd} \hat{g}^{Id} \\ -L_{12}^{II} u - L_{11}^{II Id} \hat{g}^{Id} \\ \bar{y}^m - \bar{L}_{22} u - \bar{L}_{21}^{Id} \hat{g}^{Id} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (6.3.9b)$$

上式中 $\bar{L}_{21}^{Ia}$ 及 $\bar{L}_{21}^{II}$ 是与上述最后假定相对应的。

二、方程的求解

由式 (6.3.9) 求解 $r = \text{col} [x^{II}, a^{IIa}, a^{II d}, b^{IIa},$

a^I 、 b^I]，需根据组件的划分方式、测试端口的多少及 I 组中数字器件的数目等因素才能确定这些方程是否能求解。若 I 组中组件都是模拟的或都是数字的，而在其输出上无直接测量时，式 (6.3.8) 式的 Jacobi 矩阵将是左可逆的，于是可由改进的 N - R 迭代法求解。

若 I 组中包含了那些数字器件而它们的输出也是已测量的电路输出，那么不仅所有数字组件方程可删去，而且相应的输出方程也都可删去，通常变成一个不定方程，于是可有一个右可逆的 Jacobi 矩阵。这当然也决定于 I 组中数字器件的数目及测试端口的数目。若 Jacobi 矩阵仅是右可逆的，那么改进的 N - R 算法中每次迭代只能有最小二乘方的解，此解可予修正，即加入从 Jacobi 矩阵的零空间计算所得的修正项，用以防止可能的错误结果。具体的修正方法这里从略。

改进的 N - R 算法是如下进行的：式 (6.3.9b) 的 Jacobi 矩阵为

$$J_F = \begin{bmatrix} d_0 1 - \frac{\partial f^{Ia}}{\partial x^{Ia}} & -\frac{\partial f^{Ia}}{\partial a^{Ia}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\partial g^{Ia}}{\partial x^{Ia}} & -\frac{\partial g^{Ia}}{\partial a^{Ia}} & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & L_{11}^{I I a a} & 0 & L_{11}^{I H a} \\ 0 & 0 & -1 & L_{11}^{I I a d} & 0 & L_{11}^{I H d} \\ 0 & 0 & 0 & L_{11}^{H I a} & -1 & L_{11}^{H H a} \\ 0 & 0 & 0 & \bar{L}_{20}^{I a} & 0 & \bar{L}_{21}^{H} \end{bmatrix}$$

(6.3.10)

若令 $\mathbf{F}(\mathbf{r}) = 0$ (零矢量) 代表故障诊断方程式 (6.3.9b), 则该改进的 $N-R$ 算法进行如下

$$\mathbf{r}^{k+1} = \mathbf{r}^k - \lambda^k \mathbf{d}^k \quad (6.3.11a)$$

$$\mathbf{d}^k = \mathbf{J}_F^+(\mathbf{r}^k) \mathbf{F}(\mathbf{r}^k) \quad (6.3.11b)$$

式中上角注 “+” 指 Moore-Penrose 伪逆, 而 λ^k 是一正标量 ($0 < \lambda^k \leq 1$)。上式的收敛判别式为 $\|\mathbf{r}^{k+1} - \mathbf{r}^k\|_2 < \varepsilon_1$ 及 $\|\mathbf{F}(\mathbf{r}^{k+1}) - \mathbf{F}(\mathbf{r}^k)\| < \varepsilon_2$ 。因此在改进的 $N-R$ 算法中, 先令:

(a) $\lambda^k = 1$;

(b) 再计算 $\|\mathbf{F}(\mathbf{r}^k + \lambda^k \mathbf{d}^k)\|_2^2$;

(c) 若 $\|\mathbf{F}(\mathbf{r}^{k+1})\|_2^2 \leq \|\mathbf{F}(\mathbf{r}^k + \lambda^k \mathbf{d}^k)\|_2^2$, 则令 $\lambda^{k\text{新}} = 0.5\lambda^{k\text{老}}$, 再回至 (b);

(d) 若 $\|\mathbf{F}(\mathbf{r}^{k+1})\|_2^2 > \|\mathbf{F}(\mathbf{r}^k + \lambda^k \mathbf{d}^k)\|_2^2$, 则进行下一 $N-R$ 迭代;

(e) 待收敛时, 置 $\bar{\mathbf{r}} = \mathbf{r}^{k+1}$ 。

对于所有划分 (分为 I 组及 II 组), 上述过程连续进行, 而没有一个数字器件输出的直接测量。

若 Jacobi 矩阵是右可逆的, 全解为

$$\mathbf{r}(t_k) = \bar{\mathbf{r}} + \mathbf{V}_2 \boldsymbol{\alpha} \quad (6.3.12)$$

式中 $\mathbf{V}_2$ 为一矩阵, 它的各列跨越 $\mathbf{J}_F(\mathbf{r}^k)$ 的零空间。应用 Moore-Penrose 伪逆, 可得最小范数的特解 $\bar{\mathbf{r}}$ 。计算 $\mathbf{V}_2$ 时, 奇异值分解法能提供 $\mathbf{V}_2$ 的可靠数值解。

待 $N-R$ 算法收敛得时间 t_k 上的解后, 对 I 组中数字组件的假定必须验证。把 $\mathbf{g}^{I^d}(\mathbf{a}^{I^d}, \mathbf{r}^{I^d})$ 与 $\hat{\mathbf{g}}^{I^d}$ 比较, 若它们基本上相同, 则此假定是正确的, 诊断可在下一时步继续进行; 若它们不同, 则假定即需调整, 而本时步的计算也得用新的 I 组数字组件的假定来重新进行。

三、布尔判定算法

处理多故障时，若在假定无故障的 I 组中出现了故障，则所得测试结果便是不可信的。“测试无效”增加了该系统的诊断困难性，使问题更加复杂了。

对此类问题，可以有两种策略：一是不对称无效策略，另一是对称无效策略。前者是假定有故障的单位存在而总使测试失效，甚至引起测试无效的许多单位都是有故障的。后者是假定若有故障单位参与主测，则一无故障单位能被判断为有故障的。或一有故障单位能被判断为无故障的。这都说明由无故障单位（好单位）主测时总能产生好结果，由有故障单位（坏单位）主测时能产生任意结果。

对于模拟电路来说，上述任一无效策略均可应用；但对于数字电路来说，一般宁可采用对称无效策略，因为数字电路中的故障相互抵消的概率是非零的，即是故障有可能相互抵消。若故障相互抵消的概率接近于零，则不对称无效策略就可用于模-数混合电路。

对基于测试结果的分析，这里提出一种布尔函数判定算法：将每一时步中发现的布尔表达式相乘就能确定故障。

设一电路含有 8 个组件，其中 a 、 b 、 c 、 d 及 e 在 I 组， f 、 g 、 h 在 II 组。进行测试后， f 及 g 测得为有故障的，而 h 为无故障的。因为假定 I 组的组件是好的，所以该次测试结果是可靠的，并可以用布尔表达式 $\bar{a}\bar{b}\bar{c}\bar{d}\bar{e}fgh$ 表示。每个组件字母上加一横线，说明该组件是好的，不加横线说明是有故障的。当然也需考虑该表达式中 I 组的组件是否存在故障，这个可能性还是存在的。如果 I 组中的 a 组件可能是有故障的，至于 a 组件以外的其它组件，它们是好是坏我们目下并不关心，这时可借用布尔表达式 $a = a \times \times \times \times \times \times \times$ ，式中的

符号 $\times$ 可以任意取值。这样，上述测试结果的完整表达式便可表示为

$$T_1 = a + b + c + d + e + \bar{a}\bar{b}\bar{c}\bar{d}\bar{e}fgh$$

对于每次测试，构造一个类似于本次测试的这样一个布尔表达式，其目的就是为了综合分析各次测试的表达式，以便确定电路中哪些组件是真实故障。

如果第二次测试所得布尔表达式为 $T_2 = a + b + f + g + h + \bar{a}\bar{b}\bar{c}\bar{d}\bar{e}\bar{f}\bar{g}\bar{h}$ ，那么真实故障应在 T_1 、 T_2 两表达式的交中。该交集可用两个逻辑表达式相乘来表示。由集合理论知

$$(A + B + C)(A + B + D) = A + B + CD$$

因此有 $T_1 T_2 = (a + b + c + d + e + \bar{a}\bar{b}\bar{c}\bar{d}\bar{e}fgh)$

$$\begin{aligned} & \times (a + b + f + g + h + \bar{a}\bar{b}\bar{c}\bar{d}\bar{e}\bar{f}\bar{g}\bar{h}) \\ & = a + b + cf + cg + ch + df + dg + dh + ef \\ & \quad + eg + eh + \bar{a}\bar{b}\bar{c}\bar{d}\bar{e}f\bar{g}\bar{h} + \bar{a}\bar{b}\bar{c}\bar{d}\bar{e}\bar{f}\bar{g}\bar{h} \end{aligned}$$

每次迭代后，把前几次布尔表达式的交再用本次所得表达式相乘，可得一个新的表达式，这个新的表达式满足以前各次测试的结果。如此进行下去，直至最后明确真实故障的位置。

为了加速上述迭代过程，可对故障的最大数目限定一界限。这样可清除超逾最大故障数的不可能故障集。

四、本诊断算法可以认为是模拟电路故障诊断算法的一种延拓

本节所介绍的仅是模-数混合电路故障诊断的一种算法，该算法适用于电路中数字组件少于模拟组件的情况。因此本法宜称为模数混合电路的故障诊断算法，而不宜混称为

数-模混合电路的故障算法。因为在本方法中，为了引用改进的 NR 算法求解诊断方程组，采用了对数字组件进行估值假定的验证策略。因此可以认为它是故障划界法 (§4.5) 和 CCM 法的综合运用，是模拟电路故障诊断算法的一种延拓。

由于此算法中也曾假定了无故障元件的实际值即为其标称值，显然该算法也存在有元件容差的问题。

§6.4 结论及展望^{[96]—[99]}

以上我们对模拟电路故障诊断的理论和方法进行了比较全面、系统且又简明扼要的论述和分析，以供有关专业的研究生和本科生手此一卷，便于学习并可进一步深入研究。

虽然模拟电路的故障诊断目下尚处探索阶段，但近几年发展很快，出现了一些重要的理论成果，如可测性的研究，对生产应用很有价值。

模拟电路故障诊断之所以至今尚停留在探索阶段，未能充分应用于实际，其主要原因有二：一是容差问题；一是可测端口问题。至于电路规模、元件性态、故障类型、计算量大小以及测试设备等问题，虽然不能说已经完全解决，但随着计算机科学及测试技术的发展，这些问题是不难解决的。

正是因为实际上存在容差问题，因此故障字典法的应用受到了限制，它只能处理一些最常见的故障，覆盖率不高。至于故障验证法，容差问题更为严重，实际应用更加困难。

正是因为实际上可测节点太少，因此元件参数解法在实际应用时无法建立足够多的诊断方程，故难以诊断模拟集成电路故障的实际问题。为此不得不求助于逼近法，但其效果

不够满意，而且计算量也相当大。

既然元件参数解法不存在元件容差问题，其困难只是可测节点太少，那末可用多掷开关的思路，将集成电路内部的许多节点通过内建的某种电子开关引到内外的一个可及端子上，不就克服困难了吗？或则在 IC 内部的某些节点上内建不同激励源，测试时轮流启动这些激励源，也可解决困难。模拟集成电路的这种可测试性设计，在其故障诊断原理的基础上，挑选合适节点，正在不断开发，已形成当务之急。

近年来也有不少人试图引入人工智能的概念来解决故障诊断的实际问题。并已取得一定成果。其一般步骤如下：

1. 将具体电路分解成各个功能模块；
2. 施加测试信号并进行信号迹寻，以便将故障分隔到个别子电路中；
3. 在该子电路中应用诊断模型，将故障分隔到元件级。

显然，这与§4.6节所述的分解法不无相似之处，只是这里不用节点分解而用功能分解。因此这里测试时可按层次进行，以降低测试时间并提供一个有效而系统的测试步骤。此外，电子注探测技术近年来也应用到 IC 的故障诊断上来。由于电子注探针的直径竟小于 2 微米，又不影响被测信号的原来状态，一些探测器还包含了电子显微镜及成象器，使用时如同一个示波器，其功能已远远超逾电路意义上的故障诊断，但已本书规定内容。

参 考 文 献

- [1] R.Saeks and S. R. Liberty, Marcel Dekker, "Rational Fault Analysis", 1977.
- [2] "The Special Issue on Automatic Analog Fault Diagnosis", IEEE Trans. CAS-26 July, 1979.
- [3] J.W. Bandler, A.E. Salama, "Fault Diagnosis of Analog Circuits", PIEEE Vol.73 No. 8, P1279-1325, 1985.
- [4] P. Duhamel, J.C. Rault, "Automatic Test Generation techniques for Analog Circuits and Systems, A Review", IEEE Trans. CAS-26, p411-440, July, 1979.
- [5] P. Duhamel, "Theory and Algorithm for Fault Diagnosis of Analog Circuits", IEEE Trans. CAS-26, p466-474, 1979.
- [6] R. Saeks, "An Approach to built-in testing" IEEE Trans. AES, Vol.14, p813, 1978.
- [7] L.Tung and R.Saeks, "An Experiment in Fault Prediction", Proc. 4th Symp. Reliability in Electron. Budapest, Hungary. P.249 1977.
- [8] R. S. Berkowitz, "conditions for Network-Element-Value Solvability", IRE Trans. CT-9, p24-29, 1962.
- [9] R. W. Liu, C.S. Lin, ZF Huang, L-Z Hu,

- “Analog Fault Diagnosis, A new circuit Theory”, Proc. IEEE Int. Symp. CAS (Newport Beach, CA), 931-939, 1983.
- [10] S. R. Liberty, L. Tung, R. Saeks, “Fault Prediction Toward a mathematical theory”, in Rational Fault Analysis, NY Marcel Dekker, p135-142, 1977.
- [11] W.A. Plice, “Overview of Current Automated Analog Test Design”, Proc. IEEE Test Semiconductor Conference (Cherry Hill NJ), p128-136, 1979.
- [12] H.H. Schreiber, “A Review of Analog Automatic Test Generation”, Proc. IEEE Int. Autotestcon (San Diego CA), p1-8, 1978.
- [13] 赵国南, 封闭系统的端口测试及故障诊断, 《中国仪器仪表学报》第6卷, 第4期, p353, 1985.
- [14] K. C. Varghese, J.H. Williams, D.R. Towill, “Computer Aided Feature Selection for Enhanced Analogue System Fault Location”, Pattern Recogn. Vol, p265-280, 10, 1978.
- [15] W. J. Stahl, J. H. Mennpaa C.J. Stehman CAD: part 13, “Defining Faults with a Dictionary”, Electronics Vol, 41, No. 2, p64, 1968.
- [16] 沈铎等编, 《SPICE 电路模拟程序解析》, 电子工业出版社, 1988.

- [17] W. Hochwald, D. Bastian, "A DC Approach for Analog Fault Dictionary Determination", IEEE Trans. CAS-26 p523-529, 1979.
- [18] A. Pahwa, R. A. Rohrer, "Band Faults: Efficient Approximation to Fault Bands for the Simulation before Fault Diagnosis of Linear Circuits" IEEE Trans. CAS-29, p81-88, 1982.
- [19] K. Nadesalingam, D. R. Towill, "Frequency Domain Fault Detection and Diagnosis in hybrid control systems", IEEE Trans. IM-27, p193-199, 1978.
- [20] S. Seshu, R. Waxman, "Fault Isolation in Conventional Linear Systems", IEEE Trans. Reliab. R-15, p11-16, 1966.
- [21] G. O. Martens, J. D. Dyck, "Fault Identification in Electronic Circuits with the Aid of Bilinear Transformation", IEEE Trans. Reliab R-21, p99-104, 1972.
- [22] H. Sriyanada, D. R. Towill, J. H. Williams, "Voting Techniques for Fault Diagnosis for Frequency-Domain Test-data", IEEE Trans. Reliab. R-24, p260-267, 1975.
- [23] J. Huanca, R. Spence, "New Statistical Algorithm for Fault Location in Toleranced Analogue Circuits", Proc. Inst. Elec. Eng.

- Vol. 130, part G, p243-251. 1983.
- [24] C. Morgan, D. R. Towill, "Application of Multi-Harmonic Fourier Filter to Nonlinear fault location," IEEE Trans. IM Vol. 26, p164, 1977.
 - [25] D. R. Towill, P.A. Payne, "Freq. Domain Approach to Automatic Testing of Control Systems", Radio Electron. Eng. Vol. 41, p51, 1971.
 - [26] G. J. Maclead, "Parameter Estimation using Pseudorandom Binary Sequences", Electron. Lett, Vol. 5, p35-36, 1969.
 - [27] C. J. Macleod, "Comparison of methods of Parameter Estimation using Pseudo random Sequences", Electron. Lett. Vol. 9, p342-343, 1973.
 - [28] H. H. Schreiber, "Fault Dictionary based upon Stimulus Design", IEEE Trans. CAS-26, p529-537, 1979.
 - [29] H. Sriyanada, D. R. Towill, "Fault Diagnosis using Time Domain Measurements", Radio Electron. Eng. Vol. 43, p523-533, 1973.
 - [30] D. R. Towill, "Dynamic Testing of Control Systems", Radio Electron. Eng. Vol. 47, p505-521, 1977.
 - [31] D. A. McCalister, L.L. Bickford, "Frequency

- Response Determination using white noise excitation", J. Spacecraft, Vol. 5, p872, 1968.
- [32] H.H.Schreiber, F-L Wang, "Fault Isolation in Analog Systems using go-no go testing", Proc. IEEE Semiconductor Test Conference NJ. p146, 1979.
- [33] R. W. Priester, J.B.Clary, "New Measures of Testability and Test Complexity for Linear Analog Failure Analysis," IEEE Trans. CAS-28, p1088-1092, 1981.
- [34] K. C. Varghese, J. H. Williams, D.R. Towill", Simplified ATPG and Analog Fault Location via a Clustering and Separability Technique", IEEE Trans CAS-26, p496-505 1979.
- [35] S. Freeman, "Optimum Fault Isolation by statistical Inference", IEEE Trans. CAS, Vol.26, p505, 1979.
- [36] S. Freeman, "Statistical Inference Algorithms for Automated Testing of Analog Circuits", Proc. IEEE Int. symp. of Large Scale Systems, Virginia, p32, 1982.
- [37] J.H. Lee, S.D.Bedrosian, " Fault Isolation Algorithm for Analog Electronic Systems using Fuzzy Concept", IEEE Trans. CAS Vol.26, p518, 1979.

- [38] G. C. Temes, "Efficient methods of Fault Simulation", Proc. 20th Midwest Symp CAS (Lubbock TX), p191-194, 1977.
- [39] P. M. Lin, "DC Fault Diagnosis using Complementary Pivot Theory", Proc. IEEE Int. Sym. CAS(Rome), p1132-1135, 1982.
- [40] P. M. Lin, Y. S. Elcherif, "DC Diagnosis of Hard Failure", ADA 117567, July, 1982.
- [41] Y. S. Elcherif, P. M. Lin, "An Isolation Algorithm for the Analog Fault Dictionary", ADA 127020, April, 1983.
- [42] V. Visvanathan, A. Sangiovanni-Vincentelli, "Part I: The DC case".
- [43] R. Saeks, A. S.-Vincentelli, V. Visvanathan "Part II: Dynamical case, of Diagnosability of nonlinear circuits and systems", IEEE Trans. CAS, Vol. 28, p1093-1102-1108, 1981.
- [44] N. Sen and R. Saeks, "Fault Diagnosis for Linear Systems via Multifrequency Measurements," IEEE Trans. CAS-26, p457-465, 1979.
- [45] T. N. Trick, W. Mayeda, A. A. Sakla, "Calculation of Parameter Values from Node Voltage Measurements," IEEE Trans. CAS-26, p466-474, 1979.
- [46] T. N. Trick, Y. Li, "A sensitivity based

- Algorithm for Fault Isolation in Analog Circuits," Proc. IEEE Int.Symp. CAS (Newport Beach CA), p1098-1101, 1983.
- [47] AD608167, AD608176, "Fault Isolation of Electronic Circuits using Transfer Function Methods".
- [48] N. Navid, A. N. Willson, "Fault Diagnosis for Resistive Analog Circuits", Proc. IEEE Int Symp. CAS(Tokyo, Japan), p882-885, 1979.
- [49] N. Navid, A. N. Willson, "A Theory and An Algorithm for Analog Circuit Fault Diagnosis", IEEE Trans. CAS-26, p440-457, 1979.
- [50] H. S. M. Chen, R. Saeks, "A Search Algorithm for the Solution of the multifrequency Fault Diagnosis Equations", IEEE Trans. CAS Vol. 26, p589, 1979.
- [51] M. N. Ransom, R. Saeks, "The Connection Function-Theory and Application", Int. J. Circuit Theory Appl. Vol. 3, p5-21, 1975.
- [52] L. Rapisarda, R. DeCarlo, "Analog Multifrequency Fault Diagnosis", IEEE Trans. CAS-30, p223-234, 1983.
- [53] 赵国南、郭裕顺, 组件连接模型多频法模拟电路故障诊断, 《杭州电子工业学院学报》 p59-74, 1985.1。

- [54] 赵国南、郭裕顺, 元件参数解的多频法模拟电路故障诊断, 《杭州电子工业学院学报》p1-16, 1986.1。
- [55] 郭裕顺、赵国南, 元件参数识别及模拟电路故障诊断, 《电子学报》, 第十二卷, 第一期, 1986。
- [56] L. Rapisarda, R. DeCarlo, "Correction to Analog Multifrequency Fault Diagnosis", IEEE Trans. CAS-33, p1034, 1986.
- [57] T. Ozawa, S. Shinoda, M. Yamada, "An Equivalent circuit Transformation and its Application to Network-Element Value Calculation", IEEE Trans. CAS-30, p431-441, 1983.
- [58] S. Even, A. Lempel, "On a Problem of Diagnosis", IEEE Trans. CT-14, p361-364, 1967.
- [59] R. Saeks, S. P. Singh, RW Lin, "Fault Isolation via Component Simulation", IEEE Trans. CT-19, p634-640, 1972.
- [60] T. Ozawa, M. Yamada, "Conditions for Network-Element-Value Determination by Multifrequency Measurements", Proc. IEEE Int. Symp. CAS(Rome), p1156-1159, 1982.
- [61] R.M. Biernacki, J. A. Starzyk, "A Test Generation Algorithm for Parameter Identification of Analog Circuits", Proc. European Conf. Circuit Theory and Design,

p993-997, 1981.

- [62] J.A.Starzyk, R. M.Biernacki,J.W. Bandler, "Evaluation of Faulty Elements within Linear Subnetworks", Int.J. Circuit Theory and Applications, Vol-12, p23-37, 1984.
- [63] V. Visvanathan and A. Sangiovanni - Vincentelli, "Fault Diagnosis of Nonlinear Memoryless Systems", Proc. IEEE Int. Symp. CAS(Houston, TX), p1087-1091, 1980.
- [64] R. M. Biernacki, J. W. Bandler, "Multiple-Fault Location of Analog Circuits", IEEE Trans. CAS-28, p361-367, 1981.
- [65] L. Gefferth, "Fault Identification in Resistive and Reactive Networks", Int. J. Circuit Theory, Applications Vol.2, p273, 1974.
- [66] L. M. Roytman, E. Plotkin, M. N. S. Swamy, "Multifrequency Method of Fault Diagnosis in Analogue Circuits", Proc.IEEE Int. Symp. CAS (Rome), p1144-1147, 1982.
- [67] Z. F. Huang, C. S. Lin, R. W. Liu, "Node-Fault Diagnosis and a Design of Testability",IEEE Trans.CAS-30,p257-265, 1983.
- [68] 赵国南、谢霜、郭裕顺, "模拟集成电路故障

- 的在线诊断”，《电子学报》，第14卷，第1期，p65-72，1986。
- [69] 李于凡，模拟电路单差错元件与多重差错的双线性求值判断法，《电子学报》Vol. 13, No. 1, 1985。
- [70] 凌燮亭，模拟电路中有限故障数的预测判定分析方法，《电子学报》，Vol, 10, No. 3, p37, 1982。
- [71] 赵国南，端口测试在模拟电路故障诊断中失效的判别，《杭州电子工业学院学报》p53-64, 1983.2。
- [72] 赵国南，故障的自动诊断及计测，中国仪器仪表学会第二届年会论文集(北京)，p94-107 1982。
- [73] C. S. Lin, Z. F. Huang, R. W. Liu, “Topological Conditions for Single-Branch Fault”, IEEE Trans. CAS-30, p376-381, 1983.
- [74] Z. F. Huang, C. S. Lin, R. W. Liu, “Topological conditions on Multiple Faults Testability of analog circuits”, Proc. IEEE Int. Symp. CAS, p1152-1154, 1982.
- [75] 赵国南，用线性故障方程的模拟电路在线诊断，《杭州电子工业学院学报》p77-89, 1984,1。
- [76] C. C. Wu, K. Nakajima, C. L. Wey, R. Seaks, “Analog Fault Diagnosis with Failure

- Bouds", IEEE Trans. CAS-29, p277-284, 1982.
- [77] S. L. Hakimi, K. Nakajima, "On a Theory of t -fault Diagnosable Analog System", IEEE Trans-CAS-31, No.11, p946-951, 1984.
 - [78] A. E. Salama, J. A. Starzyk, J. B. Bandler, "A Unified Decomposition Approach for Fault Location in Large Analog Circuits", IEEE Trans. CAS-31, p609-622, 1984.
 - [79] T. Ozawa, J. W. Bandler, A. E. Salama, "Diagnosability in the decomposition approach for fault location in large analog network", IEEE Trans. CAS, Vol. CAS-32, p415-416.
 - [80] L. Hu, Z. F. Huang, Y. F. Huang & R. W. Liu, "A Stochastic model for analog fault diagnosis with tolerance", 1984 IEEE Int. Symp. on CAS. May, 1984.
 - [81] Z. F. Huang, R. W. Liu, "Analog Fault Diagnosis with tolerance", Proc. 1986 IEEE Int. Symp. on CAS, May, 1986.
 - [82] F. D. Brown, N. F. McAllister, R. P. Perry, "An Application of Inverse Probability to Fault Isolation", IRE Trans. Mil. Electron. Vol. MIL-6, p260-267, 1962.
 - [83] J. Kranton, A. Libenson, "A Pattern

- Recognition Approach to Fault Isolation", IEEE Trans. Aerosp-Support Conf. Vol AS-1, p1320, 1963.
- [84] R. Sacks, "Criteria for Analog Fault Diagnosis", Proc. European Conf. Circuit Theory and Design(Hague), p75-78, 1981.
 - [85] M. N. Ransom, R. Sacks, "Fault Isolation with Insufficient Measurements", IEEE Trans. CT Vol. 20, p416, 1973.
 - [86] J. W. Bandler, R. M. Biernacki, A. E. Salama, J. A. Starzyk, "Fault Isolation in Linear Analog Circuits using the L_1 norm", Proc. IEEE Int. Symp. CAS(Rome) p1140-1143, 1982.
 - [87] H. M. Merrill, "Failure Diagnosis using Quadratic Programming", IEEE Trans. Beliab. Vol. R-22, p207-213, 1973.
 - [88] J. W. Bandler, A. E. Salama, "Recent Advances in Fault Location of Analog networks", Proc. IEEE Int. Symp. CAS. p660-663, 1984 (Montreal).
 - [89] L. Rapisarda, R. De Carlo, J. Peczkowski, "Fault Diagnosis for Interconnected Systems: Functional Group versus Component Analysis", Proc. 25th Midwest Symp. CAS (Houghton, MI), p263-266, 1982.
 - [90] B. A. Logendorfer, "Computer Aided

- Testability Analysis of Analog Circuitry",
Proc. IEEE Int. Autotestcon (Orlando,
FL), p122-127, 1981.
- [91] N. Sen, R. Sacks, "A Measure of Testability
and its Application to test point Selection",
Proc. 20th Midwest Symp. CAS (Lubbock
TX), p576, 1977.
- [92] C-L Wey, "Design of Testability for Analog
Fault Diagnosis", Proc. of 1985 Int Symp.
CAS, Kyoto, May, 1985.
- [93] S. Shinoda, K. Onaga, W. Mayeda,
"Graph Theoretic Properties of Pseudo-
Incidence Matrix with an Application to
Network Design", Proc. 12th Asilomar
Conf. on Circuits, Systems and Computers,
p749, 1978.
- [94] Zhao Kuo-Nan, Guo Yu-shun, "Testability
of Micro-miniature Linear Systems", Proc.
of 3rd Multi-national Instrumentation Conf.
(Miconex,88), Beijing, May, 1988.
- [95] D. Reisig, R. De Carlo, "A Method of
Analogue-Digital Multiple Fault Diagnosis",
Int. Journal of Circuit Theory and
Application Vol. 15 No.1 Jan. 1987.
- [96] R.T. Chien, W. P-C Ho, L. J. Peterson,
"On the Use of Procedural Models for
Generation of Test Programs", IEEE Trans.

- CAS-26, p555, 1979.
- [97] R. T. Chien P. C. Ho, "Strategy for Automatic Testing by Circuit Understanding", Proc IEEE Int. Automatcon (Minneapolis) p254-260, 1979.
- [98] R. S. Michalski, "Theory and Methodology of Inductive Learning", Artificial Intelligence, Vol.20, Feb.1983.
- [99] M. Stefik, J. Aikins, R. Balzer, "The Organization of Expert Systems, A Tutorial", Vol. 18, March, 1982.
- [100] 赵国南、郭裕顺, 端口测试的可测性判据, 《仪器仪表学报》, 10卷4期, p429, 1989, 11.
- [101] Guo Yu-hun, hzao Kuonan. Fault Location of Analog-Digital Circuits in Time Ddmain p790 Proc Int, Conf. CAS, Ocljing. 1989.
- [102] Zhao Dongfeng, Segmented Fault Dicfionur method, p826, Proc. Ind. Conf. CAS, Nonjing 1989 .
- [103] 赵东风, 对字典法诊断的若干探讨, 天津, 中国电子学会 CAS 专业 CAD学会论文集 328, 1988.
- [104] 赵东风, 分卷字典法, 中国电机学会 CAD 文集, 1988.
- [105] 赵国南, 器件参数提取及模拟电路故障诊断杭州电子学院十周年校庆学术专辑, 1990 .

[G e n e r a l I n f o r m a t i o n]

书名 = 模拟电路故障诊断

作者 = 赵国南

页数 = 1 8 6

S S 号 = 1 0 2 0 2 4 4 8

出版日期 = 1 9 9 1 年 1 1 月第 1 版

前言	
目录	
第一章	引论
	§ 1 . 1 模拟电路故障诊断概述
	§ 1 . 2 故障诊断是网络理论的一个重要分支
	§ 1 . 3 模拟电路故障诊断方法的分类
第二章	故障字典法
	§ 2 . 1 直流域中字典的建立
	§ 2 . 2 频域中字典的建立
	§ 2 . 3 时域中字典的建立
	§ 2 . 4 故障的识别与分辨
	§ 2 . 5 故障拟似方法
	习题
第三章	元件参数解法
	§ 3 . 1 元件参数解法的故障诊断方程概述
	§ 3 . 2 通过网络函数建立故障诊断方程
	§ 3 . 3 求解电阻网络元件参数的一个算法
	§ 3 . 4 引入辅助未知量的元件参数解法
	§ 3 . 5 网络等效变换法
	§ 3 . 6 获得线性诊断方程的条件
	§ 3 . 7 非线性电路的元件参数解法
	习题
第四章	故障的预猜验证法
	§ 4 . 1 符号网络函数法
	§ 4 . 2 节点故障诊断法
	§ 4 . 3 支路故障诊断法
	§ 4 . 4 故障元件的可诊断性
	§ 4 . 5 故障划界诊断法
	§ 4 . 6 网络分解诊断法
	§ 4 . 7 容差问题
	习题
第五章	逼近法
	§ 5 . 1 逆概率法
	§ 5 . 2 最小二乘方优化法
	§ 5 . 3 线性优化法
	习题
第六章	模拟电路故障诊断的现状与发展趋势
	§ 6 . 1 各种诊断方法的比较
	§ 6 . 2 可测性量度及可测性判据
	§ 6 . 3 模拟 - 数字混合电路的故障诊断——模拟电路故障诊断
的一种延拓	
	§ 6 . 4 结论及展望
参考文献	

